

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA A DISTÂNCIA

Raimundo Rodrigues Monteiro

**Funções Lineares em livros didáticos de Matemática para o
Ensino Médio: uma análise das propostas de ensino**

João Pessoa – PB

2011

Raimundo Rodrigues Monteiro

**Funções Lineares em livros didáticos de Matemática para o
Ensino Médio: uma análise das propostas de ensino**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Coordenação do Curso de Licenciatura em
Matemática a Distância da Universidade Federal
da Paraíba como requisito para obtenção do título
de licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Rogéria Gaudencio do
Rêgo

João Pessoa – PB

2011

Catálogo na publicação
Universidade Federal da Paraíba
Biblioteca Setorial do CCEN

M775f Monteiro, Raimundo Rodrigues.
Funções lineares nos livros didáticos de matemática:
uma análise das propostas de ensino / Raimundo
Rodrigues Monteiro. -João Pessoa, 2011.
59f. : il. -

Monografia (Graduação) – UFPB/CCEN.
Orientadora: Rogéria Gaudêncio do Rêgo.
Inclui referências.

1. Matemática - Ensino. 2. Métodos matemáticos.
3. Função linear. 4. Livro didático . I. Título.

BS/CCEN

Funções Lineares em livros didáticos de Matemática para o Ensino Médio: uma análise das propostas de ensino

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática a Distância da Universidade Federal da Paraíba como requisito parcial para obtenção do título de licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof^ª Dr^a Rogéria Gaudencio do Rêgo

Aprovado em: ____ / ____ / ____

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof^ª Dr^a Rogéria Gaudencio do Rêgo

Prof. Dr. Hélio Pires de Almeida

Prof. Dr. José Gomes de Assis

AGRADECIMENTOS

A **Jesus**, pela presença constante em minha vida!

Aos **meus pais**, por me terem recebido nesta existência e me proporcionado uma estrutura familiar que me favoreceu cultural e educacionalmente.

À **minha esposa, filhas e filhos** pelo apoio e incentivo, necessários para o cumprimento desta jornada.

À **minha orientadora**, pela paciência, estímulo e colaboração nesta trajetória.

Aos **colegas**, pelas trocas de experiências, pelo convívio, pelas alegrias e incertezas, por todos esses momentos vividos juntos e partilhados.

RESUMO

O presente trabalho teve como principal objetivo analisar a proposta do ensino de funções lineares, em coleções de Matemática voltadas para o Ensino Médio, observando como essas coleções introduzem e trabalham esse conteúdo. Como referencial de avaliação, utilizamos as recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio e as Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, bem como as considerações didático-metodológicas de pesquisas realizadas na área de Educação Matemática, referentes à construção do conceito de função pelo aluno, em particular a tese de RÊGO (2000). Adotamos uma metodologia de estudo qualitativa, em razão da natureza dos objetivos do nosso trabalho, com base em uma investigação bibliográfica, centrada na análise de conteúdo. A escolha do livro didático como foco de nossa investigação se deu em virtude da importância que esse recurso representa para a prática do professor, em particular para o professor da Educação Básica. Foi verificado se a contextualização, a aplicação em contextos significativos e a interdisciplinaridade, quanto à função linear, foram contempladas nas coleções pesquisadas. Como resultado de nossa análise, concluímos que um dos livros avaliados adotou uma proposta tradicional, fundamentada na linguagem da Teoria dos Conjuntos. Os outros dois seguiram uma metodologia menos tradicional, baseada na apresentação de contextos do cotidiano, mas que entendemos não serem do aluno da faixa etária padrão dos que cursam o Ensino Médio. Porém, consideramos que nenhum deles conseguiu atender adequadamente as recomendações dos PCNEM e das OCNEM, nem as considerações didático-metodológicas da tese de Rêgo (2000), sobre a construção do conceito de função.

Palavras-chaves: Função Linear. Livro didático. Ensino de função.

ABSTRACT

This study aimed to analyze the proposal for teaching linear functions in mathematics collections for the medium level, and observe how these collections introduces and works with this content. As evaluation reference, we used the recommendations of the PCNEM and OCNEM, as well as didactic methodological considerations about the research made in the Mathematics Education area, concerning the concept construction of function by the student, in special, the theory of Régio (2000). We adopted a qualitative methodology of the study, due to the objective nature of our work, based on a literature search, based in the content analysis. The schoolbook was the focus of our investigation happened because it is very important for the practice of the teacher, principally for teachers of Basic Education. It was verified if the contextualizations, application and interdisciplinary of the use of linear function have been included in the research collections. As our analysis result, we conclude that a book has adopted a traditional methodology, based in the language of Set Theory; two collections was adopted a less traditional methodology, based in exemplifications of a daily, but that is no present in the student life. None of them could to comply the didactic advices by PCNEM and OCNEM, nor the didactic and methodological considerations on the construction of the concept of function, contained in the Rego (2000) thesis.

Keywords: Linear Function. Schoolbook. Teaching of Function

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – diagrama de setas, exemplo da página 36 do livro Matemática Novo Ensino Médio

Figura 2 – gráfico emprego x salário na construção pesada exemplo da página 71 do livro Matemática Ensino Médio

Figura 3 – tabela e gráfico de função afim, exemplo da p.93 do livro Matemática Ensino Médio

Figura 4 – tabela distância x tempo, exemplo da p.84 do livro Matemática vol. I

Figura 5 – tabela e gráfico de função afim temperatura x tempo da p.117 do livro Matemática vol. I

SUMÁRIO

1. INTRODUZINDO NOSSO TEMA DE PESQUISA	9
1.1 Memorial Acadêmico	9
1.2 Objetivos do trabalho	11
1.3 A metodologia do trabalho	11
1.4 A estrutura do presente trabalho	12
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA DO NOSSO TRABALHO	12
2.1 O ensino de Matemática no Ensino Médio: documentos oficiais de referência	12
2.2 O conceito de função: importância para a formação matemática do aluno	21
3. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE NOSSOS DADOS	28
3.1 Matemática Novo Ensino Médio – Volume único	29
3.2 Matemática – Ensino Médio (SMOLE, DINIZ, 2010)	31
3.3 Matemática – Volume 1 (PAIVA, 2009)	34
CONSIDERAÇÕES FINAIS	38
REFERÊNCIAS	42
ANEXOS	43

1. INTRODUZINDO NOSSO TEMA DE PESQUISA

1.1. MEMORIAL ACADÊMICO

Iniciamos nossos estudos na década de 1960 no Instituto Moderno, na cidade de Mamanguape, na Paraíba, onde cursamos o Primário e o Ginásio, hoje equivalentes ao Fundamental I e II, respectivamente. O sonho de um curso superior surgiu ainda na infância, era a referência de futuro dada pelos familiares.

Após concluir o Ginásio, em 1967, viemos para a cidade de João Pessoa para dar prosseguimento aos estudos, quando nos matriculamos no Liceu Paraibano. Mas não chegamos a concluir o Ginásio, porque nos alistamos na Marinha, no ano de 1969, indo residir em Natal. Pouco tempo depois fomos transferidos para Recife, onde demos continuidade aos estudos, vindo a concluir o Científico, equivalente hoje ao Ensino Médio, no Colégio Boa Vista, em 1973.

Em 1975, fomos aprovados no vestibular da UFPB no curso de Arquitetura, tendo trancado o curso em setembro de 1976, em virtude de termos sido aprovados no concurso da Caixa Econômica Federal e assumido o emprego na cidade de Mamanguape. No ano de 1979, prestamos novo exame de vestibular na UFPB, tendo sido aprovado para o curso de Economia, que depois fomos obrigados a trancar, porque fomos transferidos para trabalhar na cidade de Souza, alto sertão da Paraíba.

Alguns anos depois, em 1994, prestamos exame vestibular na UEPB, tendo sido aprovado para o curso de Psicologia, na cidade de Campina Grande, que novamente foi abandonado, em virtude de termos sido transferido para a cidade de Piancó, em 1995.

Em dezembro de 1997 nos transferimos para a cidade de Patos, e lá, prestamos exame vestibular para o curso de Geografia da Fundação Francisco Mascarenhas. Fomos aprovados, no entanto, cursamos apenas quatro semestres devido à transferência de domicílio para a cidade de João Pessoa.

Na cidade de João Pessoa e já aposentado, havíamos decidido não mais perseguir o sonho de um curso superior, pois isto parecia ser algo que não havia sido feito para nós, até que, em 2007, tomamos conhecimento do ensino à distância e, para estimular uma de nossas filhas, nos inscrevemos com ela no vestibular de Licenciatura em Matemática, sem termos a pretensão de sermos aprovados, pois estávamos a um tempo razoavelmente longo sem estudar.

O leque das ciências é muito vasto, e cada uma delas com sua importância, se tornam todas, igualmente atraentes. Não é por acaso que a palavra ciência é um substantivo feminino. Dentre as ciências constituídas, a Matemática sempre despertou-nos curiosidade e encantamento, pela maneira como explora a construção do raciocínio através de seus algoritmos. Recorremos à memória e nos vemos, ainda no Ginásio, fascinado com a álgebra e contribuindo com os colegas na decifração de seus mistérios.

E assim, fomos nos aproximando cada vez mais, a ponto de termos cada vez mais intimidade, e ela, graciosa e sedutora, não mediu esforços para nos conquistar, fazendo morada permanente em nosso coração.

Percebemos logo cedo sua importância para todas as ciências, pois, sem ela, o desenvolvimento do saber humano teria estacionado, ou não teria acontecido. Todas as invenções, a conquista do espaço, a exploração submarina, as telecomunicações, as transações comerciais, as estatísticas, a informática, todos os fenômenos têm, de alguma forma, a participação da Matemática.

Foi por todas essas razões que escolhemos cursar Matemática, além de podermos aprimorar o que já conhecíamos, e abrir novas fronteiras naquilo que ainda precisamos conhecer.

Assim, iniciamos em 2007 o curso de Licenciatura em Matemática a Distância. No início não foi fácil, pois se tratava de uma modalidade nova para todos nós. Não havia mais sala de aula e nem a presença física de um professor ou professora. Tudo estava praticamente limitado a uma tela de computador. A facilidade que se apresentou foi a de podermos escolher o horário de estudo, uma vez que o computador é nossa sala de aula.

Nossa turma foi pioneira nessa modalidade de curso, no âmbito da UFPB, e como os pioneiros são os desbravadores, encontramos dificuldades que as turmas que se seguiram não encontraram. Os livros textos chegavam sempre com atraso, não havia biblioteca no Polo de atendimento, havia também dificuldades no que diz respeito aos questionários que tínhamos de responder, porque os prazos se tornavam curtos em virtude de haver demanda de todas as disciplinas e pela demora na digitação dos cálculos matemáticos no computador, pois ainda estávamos conhecendo os programas que lidam com isso.

Estamos agora, em 2011, concluindo o curso, o qual requer a elaboração de uma Monografia, cujo tema escolhido foi Funções Lineares. Isso se deu a partir do estágio que realizamos em uma turma do primeiro ano do Ensino Médio, onde trabalhamos com esse tipo de função, despertando nosso interesse de trabalhá-lo no Trabalho de Conclusão do Curso (TCC), aprofundando nosso conhecimento acerca desse conceito.

1. 2. OBJETIVOS DO TRABALHO

A questão de investigação desse tema está ligada ao ensino do conteúdo de funções lineares no Ensino Médio, considerando como foco específico de reflexão, os livros didáticos de Matemática para esse nível de escolaridade. Nossas questões de investigação delimitam-se, então, da seguinte forma: *qual a proposta de ensino para o conteúdo de funções lineares, em coleções de matemática voltadas para o ensino Médio? Quais as orientações didático metodológicas apresentadas por pesquisadores da área de Educação Matemática, para o trabalho com esse conteúdo? Há aproximações entre as propostas dos livros e as orientações dos pesquisadores?*

Temos como hipótese que a apresentação do conceito de função envolvendo situações reais, concretas, que ocorrem no dia a dia, pode proporcionar ao estudante uma melhor compreensão de seu significado.

Assim, tivemos como objetivo geral, analisar como os autores de livros didáticos de Matemática propõem trabalhar com o conteúdo de funções lineares e avaliar se a proposta está de acordo com as recomendações do referencial teórico que adotamos.

No que diz respeito aos objetivos específicos, seguimos os seguintes pontos:

- Aprofundar nossos conhecimentos relativos ao ensino de funções, em trabalhos de investigação na área de Educação Matemática;
- Selecionar as coleções para análise;
- Identificar nas coleções, a proposta de ensino para o conteúdo Funções Lineares;
- Avaliar a forma como o livro didático introduz e propõe a formalização desse conceito, identificando se situações de contextualizações, aplicações, e interdisciplinaridade, estão presentes na obra.

1.3. A METODOLOGIA DE TRABALHO

A metodologia que adotamos é a de um estudo qualitativo, do tipo bibliográfico, baseado na análise de conteúdo dos livros didáticos selecionados para esse fim. Como resultado do processo, teremos uma apresentação oral e apresentação escrita do referencial teórico e dos resultados da pesquisa, organizados no segundo e terceiro Capítulos, respectivamente.

Nossa escolha por uma pesquisa qualitativa decorreu da natureza de nossos objetivos, e o tipo de investigação se justifica em razão da importância que o livro didático representa para a prática do professor, em particular para o professor da Educação Básica.

1.4. A ESTRUTURA DO PRESENTE TRABALHO

O presente trabalho está organizado em três Capítulos e nas Considerações Finais, sendo o primeiro deles dedicado à apresentação de nosso Memorial e a explicitação de nossos objetivos e da Metodologia que adotamos em nossa pesquisa.

O segundo Capítulo está dividido em duas partes. Na primeira abordamos a importância do ensino de funções na formação matemática do aluno, tendo como base os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), as Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (OCNEM), e a Tese da Dra. Rogéria Gaudêncio do Rêgo. Na segunda parte, discutimos sobre o livro didático, seu uso e importância para a prática do professor e como instrumento de independência na construção do saber por parte do aluno.

No terceiro Capítulo, teremos a apresentação e análise de dados referentes à proposta de ensino da função linear, analisando a proposta do autor do livro didático já citado, tecendo nas Considerações Finais, nossas reflexões gerais sobre o trabalho realizado.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA DE NOSSO TRABALHO

2.1 O ENSINO DE MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO: DOCUMENTOS OFICIAIS DE REFERÊNCIA

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, em sua página cinco, quando da apresentação da nova proposta para um ensino de formação geral, encontramos a orientação de que é preciso desenvolver a “capacidade de aprender, criar, formular, ao invés do simples exercício de memorização”. Na parte referente às três áreas (Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias), na página vinte, encontramos que “[...] a Matemática é uma linguagem que busca dar conta de aspectos do real e que é instrumento formal de expressão e comunicação para diversas ciências”.

A Matemática é, portanto, destacada como uma linguagem que possibilita a representação de fenômenos do cotidiano e de outras áreas de conhecimento e, em especial, que deve permitir ao aluno “compreender os princípios científicos presentes nas tecnologias, associá-las aos problemas que se propõe solucionar e resolver os problemas de forma contextualizada, aplicando aqueles princípios científicos a situações reais ou simuladas”.

No capítulo que se refere à reforma curricular e organização do Ensino Médio, em sua página dezoito, cita a LDB, em seu artigo 35, item 3, que “a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática, no ensino de cada disciplina”. Já, quando se refere à interdisciplinaridade e contextualização, na página 22 destaca que a falta de conexão entre aquilo que o aluno estuda na escola e a realidade fora dela, é responsável por sua falta de interesse e pelo elevado número de abandonos nesse nível de ensino.

Como ressalta o texto,

Conhecimentos selecionados a priori tendem a se perpetuar nos rituais escolares, sem passar pela crítica e reflexão dos docentes, tornando-se, desta forma, um acervo de conhecimentos quase sempre esquecidos ou que não se consegue aplicar, por se desconhecer suas relações com o real.

Com base nos elementos acima discutidos, identificamos a importância de aliar o conhecimento à prática do dia a dia dos discentes, a fim de que o conhecimento por eles construído tenha significado e, além disso, aquilo que se ensina lhes desperte o interesse.

Outras propostas em defesa de uma prática pedagógica de qualidade são encontradas nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), no item 4, subitem 4.1, relativo à identidade, diversidade e autonomia. O documento cita a justificativa de Castro, na página 73, que defende reformas nesse nível de escolaridade, afirmando que “não se trata nem de profissionalizar nem de deitar água para fazer mais rala a teoria. Trata-se, isso sim, de ensinar melhor a teoria – qualquer que seja - de forma bem ancorada na prática”.

Para Castro, cabe à escola estabelecer as ligações entre teoria e prática, tanto de forma clara e cuidadosa, lembrando que “[...] para a maioria dos alunos, infelizmente, ou a escola o ajuda a fazer estas pontes ou elas permanecerão sem ser feitas, perdendo-se assim a essência do que é uma boa educação”.

Continuando a discussão sobre sua proposta de organização curricular, as Diretrizes listam uma série de pressupostos que visam dar conta de uma proposta pedagógica de qualidade, onde a orientação para a promoção da autonomia se faz presente. Identificamos no

sexto parágrafo a seguinte argumentação: “[...] a formação básica a ser buscada no Ensino Médio realizar-se-á mais pela constituição de competências, habilidades e disposições de condutas do que pela quantidade de informações”. (BRASIL, PCNEM, 2000, p.73)

Ou seja, os Parâmetros apontam que mais importante que a quantidade de conteúdos a serem trabalhados na sala de aula é a qualidade do trabalho que nela se faz e dos resultados que os alunos alcançam. Ou seja, é fundamental que o trabalho docente possa levar o aluno a “aprender a aprender e a pensar, a relacionar o conhecimento com dados da experiência cotidiana, a dar significado ao aprendido e a captar o significado do mundo, a fazer ponte entre teoria e prática, a fundamentar a crítica, a argumentar com base em fatos [...]”. (BRASIL, PCNEM, 2000, p.74). O ensino não terá, assim, qualidade, se não for capaz de fazer o aluno sentir e compreender o prazer de aprender.

No subitem 4.4 dos Parâmetros, referentes à Contextualização, há referências específicas à Química e à Física, mas que podemos muito bem se adequar ao ensino de Matemática, em especial no que diz respeito à questão de investigação deste TCC.

Pesquisa recente com jovens de Ensino Médio revelou que estes não vêem nenhuma relação da Química com suas vidas nem com a sociedade, como se o iogurte, os produtos de higiene pessoal e limpeza, os agrotóxicos ou as fibras sintéticas de suas roupas fossem questões de outra esfera de conhecimento, divorciadas da Química que estudam na escola. No caso desses jovens, a Química aprendida na escola foi transposta do contexto de sua produção original, sem que pontes tivessem sido feitas para contextos que são próximos e significativos. É provável que, por motivo semelhante, muitas pessoas que estudaram Física na escola não consigam entender como funciona o telefone celular. Ou se desconcertem quando têm de estabelecer a relação entre o tamanho de um ambiente e a potência em ‘btus’ do aparelho de ar-condicionado que estão por adquirir. (BRASIL, PCNEM, 2000, p.79)

Da mesma forma, podemos afirmar que os docentes não vêem nenhuma relação entre a maneira como são ensinados muitos conteúdos matemáticos, dentre eles o conceito de funções lineares, e os fenômenos do cotidiano.

Na página oitenta e dois, ainda no tópico relativo à Contextualização, há referência à apresentação dos conteúdos em uma perspectiva muito abstrata, o que implica em dificuldades posteriores, quando se busca aplicá-los em situações concretas. Ou seja, como o texto ressalta, os conteúdos escolares são apresentados “na sua forma mais abstrata, formulados em graus crescentes de generalidade”. Desse modo, a relação dos alunos com esse conhecimento “é, portanto, mais longínqua, mais fortemente mediada pela linguagem externa, menos pessoal”.

O nível de abstração com os quais são propostos e trabalhados os conteúdos dificulta sua aplicação posterior em novos contextos práticos, sejam do cotidiano ou de outras áreas de

conhecimento, uma vez que, para isso, o aluno deverá compreender essas novas situações “nos mesmos termos abstratos pelos quais o conceito é formulado”, o que, em geral, o aluno não tem maturidade cognitiva para fazer.

Mais adiante, na página oitenta e três, o texto dos Parâmetros traz a síntese de Stein acerca da contextualização da aprendizagem, sugerindo-se, entre outras coisas, “não apenas trazer a vida real para a sala de aula, mas criar condições para que os alunos (re)experienciem os eventos da vida real a partir de múltiplas perspectivas”.

Concluindo a discussão referente à contextualização, os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio afirmam que:

se a aprendizagem das ciências não facilitar o esforço para distinguir entre o fato e a interpretação ou para identificar as falhas da observação cotidiana, se não facilitar a reprodução de situações nas quais o emprego da ciência depende da participação e interação entre as pessoas e destas com um conjunto de equipamentos e materiais, pode-se dizer que não criou competências para abstrair de forma inteligente o mundo da experiência imediata (BRASIL, PCNEM, 2000, p.83)

No que diz respeito à produção de conhecimento, sabemos que a qualidade desse processo passa pelas escolhas metodológicas feitas pelo professor, no momento em que irá introduzir um conteúdo em sala de aula. Ao tratar de questões relativas à Metodologia, as Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio falam de duas concepções referentes ao processo de ensino aprendizagem de Matemática. A primeira identifica esse processo da seguinte forma: “[...] ensino com transmissão de conhecimento, e aprendizagem com mera recepção de conteúdos”. Dessa forma, como o processo estaria a cargo do professor, necessitaria de alunos bastante motivados e suficientemente atentos à sua fala e, de acordo com essas Orientações, não é o que acontece na realidade.

A outra corrente, afirmam as OCNEM, é “[...] ainda pouco explorada em nossos sistemas de ensino, transfere para o aluno, em grande parte, a responsabilidade pela sua própria aprendizagem, na medida em que o coloca como ator principal desse processo”.

A prática tradicional de ensino ainda prevalece em nosso sistema de ensino, prejudicando a elaboração de conceitos que possam levar em consideração o cotidiano do aluno ou sua aplicabilidade fora do contexto escolar. Mais adiante, as Orientações defendem a ideia do professor mediador e do aluno como construtor do seu próprio conhecimento e, para isso, é necessário que o aluno tenha livros didáticos que lhe proporcionem condições de independência na construção do seu conhecimento.

A defesa de um processo de ensino que esteja centrado no aluno está bastante clara nas

OCNEM, quando se afirma que

[A]s idéias socioconstrutivistas da aprendizagem partem do princípio de que a aprendizagem se realiza pela construção dos conceitos pelo próprio aluno, quando ele é colocado em situação de resolução de problemas. Essa idéia tem como premissa que a aprendizagem se realiza quando o aluno, ao confrontar suas concepções, constrói os conceitos pretendidos pelo professor. Dessa forma, caberia a este o papel de mediador, ou seja, de elemento gerador de situações que propiciem esse confronto de concepções, cabendo ao aluno o papel de construtor de seu próprio conhecimento matemático. (BRASIL, OCNEM, 2000, p.81).

De acordo com essa concepção, a formalização de um conceito será a última etapa do processo da aprendizagem. Conforme as Orientações, “a aprendizagem de um novo conceito matemático dar-se-ia pela apresentação de uma situação-problema ao aluno, ficando a formalização do conceito como a última etapa do processo de aprendizagem”. (BRASIL, OCNEM, 2000, p.81). De acordo com essa orientação, o aluno seria responsável pela construção de seu conhecimento e não deixaria nas mãos do professor a centralidade do processo. Nessa nova perspectiva, o professor atuaria como um mediador e organizador do processo de ensino-aprendizagem.

Essas duas concepções, conforme as OCNEM estariam “na base de diferentes metodologias que permeiam a sala de aula de matemática. Uma dessas metodologias é a de contrato didático”. Seu conceito está intimamente ligado ao saber matemático e representa a mola propulsora para a apreensão de qualquer conceito matemático. Suas cláusulas se tornam explícitas a partir do rompimento do contrato pelo professor ou aluno. E como é um contrato onde está presente a subjetividade e a expectativa dos componentes humanos, necessita ser renegociado sempre devido aos objetos matemáticos que estão em jogo no processo de ensino e aprendizagem. O rompimento desse contrato de forma unilateral “pode levar à criação de verdadeiros obstáculos à aprendizagem”. Cita como exemplos:

[...] na passagem da aritmética à álgebra é preciso renegociar as “cláusulas”, pois agora a letra não é mais uma simples incógnita, mas passa a representar uma variável. Se no início da passagem da aritmética para a álgebra a letra representa um elemento desconhecido que se quer descobrir, aos poucos ela vai assumindo diferentes status, como, por exemplo, o de variável no trabalho com as funções, o de elemento genérico de determinado conjunto numérico, o de parâmetro no caso de identidades trigonométricas, etc. Um outro exemplo: na mudança de campos numéricos, dos naturais para os reais, agora faz parte do contrato que “multiplicar não significa mais somente um aumento de valor numérico”. (BRASIL, OCNEM, 2000, p.82).

As OCNEM falam da ideia de transposição didática, proveniente das concepções de aprendizagem e intimamente ligada ao conceito de contrato didático. Pode ser externa ou interna, dependendo da forma como se apresenta. A externa vai desde o momento da produção dos objetos matemáticos até o momento em que eles chegam à porta da escola, conforme está escrito do texto do documento, ela toma como referência “as transformações, as inclusões e as exclusões sofridas pelos objetos de conhecimento matemático, desde o momento de sua produção até o momento em que eles chegam à porta das escolas”. A perspectiva externa atua em uma dimensão externa à escola, mas buscando atender suas demandas e “o produto dessa transposição didática externa se materializa, em sua maior parte, pelos livros didáticos e pelas orientações curriculares [...]”.(BRASIL, OCNEM, 2000, p.81).

A dimensão interna, como sua natureza já diz, apresenta-se no interior da escola, atuando dentro de cada sala de aula. O professor, transformando cada conteúdo que lhe foi designado em conhecimentos que deverão ser efetivamente ensinados, realiza essa transposição, e a qualidade da aprendizagem está associada às escolhas que o professor fizer.

Quando da discussão dos conteúdos, as OCNEM focalizaram as transposições didáticas quando afirma que elas “dão ênfase ao ensino-aprendizagem que valoriza o raciocínio matemático e ao desaconselhar a simples aplicação de regras e fórmulas à lista repetitiva de exercícios, freqüentemente presente em boa parte dos livros didáticos”.

Encontramos ainda, nas Orientações, a afirmação de que transposição didática e contextualização são dois conceitos muito próximos, e alerta que a contextualização

não pode ser feita de maneira ingênua, visto que ela será fundamental para as aprendizagens a serem realizadas – o professor precisa antecipar os conteúdos que são objetos de aprendizagem. Em outras palavras, a contextualização aparece não como uma forma de “ilustrar” o enunciado de um problema, mas como uma maneira de dar sentido ao conhecimento matemático na escola. (BRASIL, OCNEM, 2000, p.81).

Em seguida, chama a atenção para o fato de que a contextualização pode ser feita por meio da resolução de problemas, desde que se esteja atento àqueles que são fechados, ou seja, que pouco incentivam o desenvolvimento de habilidades e, com as limitações com que estes se deparam, surgem as propostas de “problemas abertos” e de “situações problema”, comparando o aluno, em suas devidas proporções, com o matemático exercitando sua profissão, quando precisa realizar tentativas, estabelecer hipóteses, testar essas hipóteses e validar seus resultados. (OCNEM).

No que se referem aos problemas abertos, as OCNEM afirmam que eles são importantes para o exercício da cidadania, uma vez que provocam a capacidade de análise e a

tomada de decisões necessárias à sua resolução. Definem ainda que problemas abertos têm como objetivo levar o aluno à construir procedimentos úteis à resolução de problemas e que “a prática em sala de aula desse tipo de problema acaba por transformar a própria relação entre professor e os alunos e entre os alunos e o conhecimento matemático”. Ou seja, o conhecimento passaria a ser visto como uma ferramenta essencial para a resolução de problemas, e não apenas como um conteúdo a mais a ser memorizado e utilizado de modo imediato, em avaliações escritas.

Em seguida, faz a distinção entre problema aberto e situação problema, aquele “visa levar o aluno a certa postura em relação ao conhecimento matemático”, enquanto a situação problema “leva o aluno à construção de um novo conhecimento matemático”. Diz ainda, que a situação problema, é “geradora de um problema cujo conceito, necessário à sua resolução, é aquele que queremos que o aluno construa”. E levanta uma questão: “como o aluno pode resolver um problema se ele não aprendeu o conteúdo necessário à sua resolução?”. Justifica a afirmação, afirmando: “a história da construção do conhecimento matemático mostra-nos que esse mesmo conhecimento foi construído a partir de problemas a serem resolvidos”. As Diretrizes destacam a modelagem matemática como um caminho metodológico para o ensino dessa disciplina, afirmando que ela “pode ser entendida como a habilidade de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. (BRASIL, OCNEM, 2000, p.84).

As OCNEM se referem ainda, à modelagem matemática, ao trabalho com projetos, a história da matemática e a questão do livro didático. Defendem que

[A]nte uma situação-problema ligada ao “mundo real”, com sua inerente complexidade, o aluno precisa mobilizar um leque variado de competências; selecionar variáveis que serão relevantes para o modelo a construir; problematizar, ou seja, formular o problema teórico na linguagem do campo matemático envolvido; formular hipóteses explicativas do fenômeno em causa; recorrer ao conhecimento matemático acumulado para a resolução do problema formulado, o que, muitas vezes, requer um trabalho de simplificação quando o modelo originalmente pensado é matematicamente complexo; validar, isto é, confrontar as conclusões teóricas com os dados empíricos existentes; e eventualmente ainda, quando surge a necessidade, modificar o modelo para que esse melhor corresponda à situação real, aqui se revelando o aspecto dinâmico da construção do conhecimento. (BRASIL, OCNEM, 2000, p.85).

Assim, percebe-se a necessidade de proporcionar ao aluno, meios necessários para que ele construa os conceitos nas questões que forem propostas, de forma que possa confrontar suas conclusões teóricas com os dados empíricos, em uma abordagem que mais se aproxime de uma situação real.

Quando trata de trabalho com projetos, enfatiza a interdisciplinaridade e o enfoque sobre problemas que digam respeito aquilo que interessa aos alunos e que seja capaz de promover a interação social e provocar reflexões sobre os problemas do seu dia-a-dia; além do mais, prioriza os aspectos da comunidade, da escola, do meio ambiente, da família, da etnia, pluriculturais, entre outros.

No que diz respeito à História da Matemática, afirma: “a utilização da História da Matemática em sala de aula também pode ser vista como um elemento importante no processo de atribuição de significados aos conceitos matemáticos” (OCNEM), mas, alerta para que essa utilização não se limite apenas a descrever fatos que ocorreram no passado ou a informações sobre a biografia de matemáticos famosos. Diz mais, que o professor pode assim compreender as dificuldades dos alunos, a partir da compreensão das dificuldades históricas sofridas por aqueles que construíram o conhecimento matemático (OCNEM).

Para concluir, na parte referente à Descrição das Áreas: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, o texto alerta para a necessidade de “compreender conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas, e aplicá-las a situações diversas no contexto das ciências, da tecnologia e das atividades cotidianas”, sendo este um objetivo fundamental para o ensino de conteúdos dessas áreas de conhecimento, para esse nível de escolaridade.

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio enfatizam, no que diz respeito ao ensino de Matemática, a necessidade de se compreender o conceito de função a partir de situações problema, em um contexto que esteja relacionado diretamente com o cotidiano do estudante.

Entendemos ser essencial, para isso, que tenhamos livros didáticos bem elaborados, com boas propostas teóricas e metodológicas, para auxiliar o trabalho docente em sala de aula, uma vez que o professor tende a seguir as orientações do livro adotado, por razões diversas, entre as quais citamos: a falta de tempo para o preparo de aulas; lacunas em sua formação inicial e, conseqüentemente, no domínio de conteúdos e de metodologias de ensino; cobrança do uso de tais guias, pelos pais, dentre outros.

Além disso, entendemos que um bom livro didático poderá contribuir para o desenvolvimento da autonomia do estudante, na medida em que servir de fonte de informações de qualidade. As OCNEM chamam a atenção para a questão da autonomia, na introdução do capítulo três, referente aos conhecimentos de Matemática, afirmando que:

De acordo com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei nº9.394/96), o ensino médio tem como finalidades centrais não apenas a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos durante o nível fundamental, no

intuito de garantir a continuidade de estudos, mas também a preparação para o trabalho e para o exercício da cidadania, a formação ética, o desenvolvimento da autonomia intelectual e a compreensão dos processos produtivos. (BRASIL, OCNEM, 2006, p.69)

Ou seja, é fundamental investirmos na construção desses conhecimentos, de natureza atitudinal, que irão não apenas auxiliar no desenvolvimento das potencialidades no aluno, mas também possibilitar melhorias de qualidade na sociedade como um todo. Na abordagem referente a Questões de Conteúdo, está explícito no documento que se deve “dar prioridade à qualidade do processo e não à quantidade de conteúdos a serem trabalhados” (BRASIL, OCNEM, 2006, p.70) e, dessa forma, entendemos que a compreensão se faz pela qualidade e não pela quantidade.

O documento defende que “a escolha de conteúdos deve ser cuidadosa e criteriosa, propiciando ao aluno um ‘fazer matemático’ por meio de um processo investigativo que o auxilie na apropriação de conhecimento”. (BRASIL, OCNEM, 2006, p.70)

Ainda neste tópico, no terceiro parágrafo, as OCNEM se tornam bem mais contundentes quando se referem à qualidade do conteúdo, destacando que os conteúdos devem ser trabalhados em sala de aula, ressaltando-se o valor formativo a eles intrínsecos, e deixando de priorizar a memorização de regras que não têm sentido para o aluno, ou a resolução de exercícios repetitivos do tipo padrão ou, ainda, a aplicação imediata de fórmulas.

Ainda em relação às Questões de Conteúdo, o documento afirma que

[É] conveniente solicitar aos alunos que expressem em palavras uma função dada de forma algébrica, por exemplo, $f(x) = 2x+3$, como função que associa a um dado valor real o seu dobro, acrescidos de três unidades; isso pode facilitar a identificação, por parte do aluno, da idéia de função em outras situações, como, por exemplo, no estudo da cinemática, em Física. É importante destacar o significado da representação gráfica das funções, quando alteramos seus parâmetros, ou seja, identificar os movimentos realizados pelo gráfico de uma função quando alteramos seus coeficientes. (BRASIL, OCNEM, 2000, p.72).

Complementando no parágrafo seguinte que, “[...] a elaboração de um gráfico por meio da simples transcrição de dados tomados em uma tabela numérica não permite avançar na compreensão do comportamento das funções”. Isto nos faz perceber que essa prática apenas faculta ao aluno uma memorização do processo sem uma devida compreensão do comportamento da função, o que indica uma ausência efetiva do conceito de função em sua estrutura cognitiva.

Em prosseguimento, chama a atenção do professor, quando diz:

O professor deve estar atento ao fato de que os alunos identificam sistematicamente, de forma equivocada, crescimento com proporcionalidade direta e decrescimento com proporcionalidade inversa, e aqui é interessante trazer situações do cotidiano para ilustrar diferentes tipos de crescimento/decrescimento de grandezas em relação. Situações em que se faz necessária a função afim ($f(x) = a.x + b$) também devem ser trabalhadas. (BRASIL, OCNEM, 2000, pp.72-73).

Esse equívoco acima referido pode ser trabalhado a partir de situações problema que tenham relação com o dia a dia do estudante, de forma direta e pertinente, proporcionando uma aprendizagem adequada.

2.2 O CONCEITO DE FUNÇÃO: IMPORTÂNCIA PARA A FORMAÇÃO MATEMÁTICA DO ALUNO

Na tese intitulada “Um estudo sobre a construção do conceito de função”, da autoria de Rogéria Gaudêncio do Rêgo (2000), apresentada ao Programa de Pós-Graduação do Departamento de Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, a autora faz um relato sobre a situação atual do ensino e discute especificamente, no campo da Matemática, o trabalho escolar com o conceito de função. No texto traz um estudo sobre a evolução histórica desse conceito e aplica testes a alunos de uma turma do primeiro ano do Ensino Médio e em turmas iniciais do curso de Engenharia da Universidade Federal da Paraíba, com o objetivo de avaliar os conhecimentos dos alunos em relação ao conceito de função.

Ao discutir a situação atual do ensino de Matemática, afirma que a Matemática Moderna, programa adotado no Brasil no final da década de 1960 e início da década de 1970, embora tenha sido abandonado imediatamente após sua implantação, ainda se encontra presente na estrutura de muitos livros didáticos voltados para os Ensinos Fundamental e Médio da atualidade. Esta permanência caracteriza-se pelo prestígio ao jogo de linguagem, a supervalorização de definições e regras, colaborando para que a disciplina continue a ser vista como um complicado jogo de símbolos sem sentido prático ou vinculado ao mundo real.

Na continuação, enfatiza que o resultado dessa valorização, faz com que mesmo aqueles alunos que apresentam um bom desempenho escolar nos moldes tradicionais de avaliação e avançam nos estudos, têm dificuldades quanto ao domínio de conceitos matemáticos centrais. Mesmo neles, a capacidade de aplicar o que aprende na escola, a outros contextos, de tomada de decisão ou de agir diante de desafios é muito limitada.

Seguindo essa lógica, defende a ideia, baseada em sua pesquisa e nos estudos de pesquisadores sobre os processos de aprendizagem, que é necessário trabalhar em sala de aula

com problemas relacionados à realidade cotidiana dos alunos, entendendo que situações que lhes são familiares poderão instigar sua motivação para o estudo dos conteúdos e fazê-los atribuir significado ao que está sendo trabalhado na escola.

Na pesquisa realizada, foi desenvolvida uma intervenção metodológica abordando funções polinomiais do 1º Grau e funções polinomiais do 2º Grau, com alunos da 1ª Série do Ensino Médio. A natureza da pesquisa foi predominantemente qualitativa, com a participação de duas turmas da 1ª Série do Ensino Médio de uma escola da rede estadual da cidade de João Pessoa, no período de março a maio de 1998. Uma das turmas ficou a cargo da doutoranda e a outra sob a coordenação do professor da disciplina.

Os conteúdos trabalhados foram os mesmos, sendo que o enfoque dado à turma sob a coordenação da doutoranda foi construtivista, tendo o aluno como sujeito no processo de ensino/aprendizagem. A turma a cargo do professor da disciplina seguiu a metodologia tradicional.

A pesquisa realizada teve como objetivo, não apenas, promover nos alunos a formação do conceito de função como variação de duas ou mais variáveis, na ideia denominada no trabalho de “função como covariação”, mas procurou também, por meio de um conjunto de atividades específicas, estruturadas com base no referencial teórico adotado, desenvolver a capacidade dos alunos quanto ao estabelecimento de conexões entre as diferentes formas de representação de uma função, como o gráfico, a tabela, a equação algébrica, dentre outras, e a competência para resolver problemas de outras áreas de conhecimento, envolvendo as ideias trabalhadas em sala de aula.

A pesquisa comparou dois referenciais de ação docente, construtivista versus tradicional, a fim de que pudesse aferir qual dos dois seria mais adequado para proporcionar ao aluno a construção do conceito de função como covariação e atender aos demais objetivos da investigação.

Em seu segundo capítulo, afirma que a aprendizagem do conceito de função tem se destacado ao longo das últimas décadas em virtude de dois aspectos fundamentais: porque estabelece ligações entre os diversos tópicos da Matemática, ministrados especialmente no Ensino Médio, como entre as Progressões Aritméticas e Geométricas, a Trigonometria e a Geometria Plana e Espacial, dentre outros e, além do mais, pode ser considerada como um dos principais pré-requisitos para grande parte dos conteúdos estudados nas disciplinas matemáticas no nível superior de ensino.

No texto sinaliza que a ideia de relação entre grandezas está presente na maioria dos conteúdos de Matemática do Ensino Fundamental, citando como exemplo a associação que se

faz entre um par de números naturais e a soma dos elementos desse número. Apesar disso, afirma que o estudo específico de funções só tem início a partir da 8ª Série do Ensino Fundamental (atual 9º Ano), com livros adotando um grau elevado de formalização, o que inclui definições gerais e o estudo de tipos e formas de representações especiais de funções.

No que diz respeito à introdução do conceito de função, afirma que alguns autores de livros didáticos de Matemática para o Ensino Fundamental ou Médio, optam por apresentar uma introdução informal, com base em exemplos extraídos de outros campos de conhecimento, como a Física, e realizando, a partir dos exemplos dados, a análise de tabelas, gráficos e representações algébricas, sem necessariamente formalizar as ideias na forma de definições.

Continuando, defende que acredita que essa introdução mais informal é mais adequada para a introdução do estudo do conceito, na Educação Básica, defendendo que

uma abordagem desta natureza, isto é, menos formal, seja mais adequada para a introdução do conceito neste nível, embora seja necessário ir muito além, promovendo-se condições para o desenvolvimento de um processo que não esteja baseado apenas nos saberes do professor ou nas informações contidas no livro texto, apresentados em sala de aula, mas, principalmente, em ações realizadas pelo próprio aluno. (RÊGO, 2000, p.19-20)

Em seguida, destaca que a partir do início da 1ª Série do Ensino Médio o estudo de funções é reiniciado, estendendo-se por cerca de dois bimestres letivos, não sendo comum sua retomada nas séries que se seguem. Faz uma análise da sequência de desenvolvimento do ensino de funções, na perspectiva tradicional de ensino, amplamente adotado em nossas escolas, que segue a ordem: definições, exemplos, exercícios.

Em uma discussão sobre os livros do ensino Médio mais utilizados na 1ª Série do Ensino Médio, nas redes de escolas públicas e privadas de João Pessoa, à época, afirma que eles possuíam uma linguagem que seguia, de forma geral, a estrutura pregada pelo Movimento da Matemática Moderna, fundamentada na linguagem da Teoria dos Conjuntos.

Os livros destacados na pesquisa foram: Iezzi et al. (1993), Giovanni (1995) e Bianchini (1996). Esses autores, conforme observado na pesquisa, adotam a definição de funções como um tipo especial de relação, e esta, por sua vez, é definida como subconjunto do produto cartesiano de dois conjuntos dados, portanto, formam pares ordenados. Dessa forma, concluiu que: “a apreensão deste conceito, porém, por ser também complexo e abstrato, é igualmente difícil para o aluno e, aparentemente, tem pouco a ver com uma compreensão intuitiva do que seja uma função”. (RÊGO, 2000, p. 23).

No texto a autora destaca a definição de função apresentada por um dos autores, que é

uma variação da definição de Dirichlet-Bourbaki (RÊGO, 2000, p. 23): “Dados dois conjuntos não-vazios A e B, uma função de A em B é uma relação que a cada elemento x de A faz corresponder um único elemento y de B” (IEZZIET al.,1993, in RÊGO, 2000, p.23).

E, citando Fossa e Fossa (1996, in RÊGO, p. 36), destaca que “São poucos os alunos que internalizam a definição de Bourbaki/Dirichlet. Em geral, o aluno tem apenas alguns conhecimentos operatórios que foram, de quebra, mal aprendidos”.

Ao analisar o caso específico de Iezzi et al. (1993), afirma que os autores, depois da definição geral, observam que para caracterizar uma função é necessário conhecer seu Domínio A, o Contradomínio B e a regra que associe a todo elemento de A um único elemento y de B, destacando que

[O] uso dos termos todo (usado na observação) e cada (este último presente na definição), como sinônimos, pode confundir o aluno que está iniciando o processo de construção do conceito, levando-o a interpretações errôneas como, por exemplo, a identificação de uma regra com função apenas se esta for biunívoca. (RÊGO, 2000, p. 23).

Seguindo sua linha de raciocínio, a pesquisadora indaga: “ler as definições e trabalhar com exemplos é suficiente para promover a construção do conceito, como faz o modelo tradicional de ensino?” E responde que não, concordando com os pesquisadores Tall e Vinner (1992) e Dubinsky (1991), citando que a compreensão de um conceito matemático não emerge simplesmente da observação direta de exemplos, buscando-se, a partir deles, extrair características comuns.

Mais adiante afirma, citando Skemp (1980), que tal compreensão dependerá da vivência de um conjunto de experiências distintas, relativas a um mesmo objeto matemático, seguidas do que denomina de “tomada de consciência” das semelhanças que delas emergem. Sem essa tomada de consciência, o conceito poderá ser, no máximo, parcialmente elaborado.

Avaliando os dados de sua pesquisa é fácil perceber que as dificuldades encontradas pelos alunos iniciantes do curso de Engenharia da Universidade Federal da Paraíba, são conseqüências de uma ineficiente construção do conceito de função no Ensino Básico. Enfatiza ainda, a maneira como os professores do Ensino Médio costumam referir-se ao domínio e imagem de uma função, sem os cuidados devidos, dificultando o entendimento do aluno.

No capítulo IV de sua Tese, Rego (2000), destacando elementos no referencial teórico adotado, propõe que sejam

promovidas atividades que estimulem os alunos a analisar, explicar e encontrar regularidades em fenômenos do dia a dia ou de outras ciências, envolvendo mudanças – e ao contexto introdutório do conceito – as funções, em sua forma analítica devem aparecer primeiro como uma ferramenta para modelar fenômenos do dia a dia. Sierpinski faz ainda observações acerca do contexto de desenvolvimento, sugerindo uso de métodos de interpolação e a construção de tabelas para promover o contexto que torna relevante a noção de função e do desenvolvimento de um nível mais elaborado de compreensão de funções sendo, para tanto, importante incentivar o aluno a identificar os sujeitos das mudanças (o que muda). (RÊGO, 2000, p.70)

No mesmo Capítulo, ao tratar dos aspectos pedagógicos, diz que sua proposta baseou-se na Teoria Construtivista:

Como tal, teve como pressuposto básico o fato de que o conhecimento é construído pelo próprio indivíduo, através dos erros e acertos que comete ao longo do processo. Para tanto, concebemos uma série de atividades que possibilitassem ao aluno o acesso a seus conhecimentos prévios, conectando-os com aqueles que estavam sendo construídos. (RÊGO, 2000, p. 77).

Quanto às atividades, afirma que fez uso de tabelas que deram suporte na “investigação de diversos aspectos do conceito pelos alunos, nos experimentos por eles realizados em salas de aula, através da análise de padrões geométricos e numéricos observados em atividades diversas”. (RÊGO, 2000, p. 78).

Mais adiante completa, que explorou o estudo de gráficos na intervenção, devido sua importância como forma de representação do conceito, no entanto, não os considerando como ponto de partida para os questionamentos e análises dos alunos, porque detectou que a experiência dos alunos com gráficos era mínima.

Concluindo, afirma: “Optamos, antes, por trabalhar com todos os aspectos concernentes à construção dos mesmos pelo aluno e, só então utilizá-los nas investigações entre as formas de representação e os diversos conceitos envolvidos”. (RÊGO, 2000, p. 78).

Sua metodologia de pesquisa abordada no capítulo V concentrou-se na aplicação de um pré-teste, para avaliar o nível de conhecimento dos alunos envolvidos na pesquisa quanto ao conteúdo específico do Ensino Médio; de um pós-teste, para avaliar a qualidade da intervenção; e a intervenção propriamente dita, em duas turmas do 1º Ano do Ensino Médio, de uma Escola Estadual da cidade de João Pessoa, sendo que em uma turma foi utilizada uma metodologia construtivista e em outra, a metodologia tradicional.

As etapas desenvolvidas no experimento foram duas, na primeira, de teor prático, usaram-se materiais concretos diversos, a partir de um roteiro proposto; na segunda, foram feitas atividades escritas, relacionadas a conteúdos específicos, abordados na etapa anterior,

na forma de problemas.

No que diz respeito às atividades, focaremos especificamente àquelas referentes ao conteúdo da 1ª Série do Ensino Médio, correspondendo às atividades de 1 a 10, transcritas das páginas 93 a 95 do texto da Tese.

As atividades 1 e 2 tiveram como objetivo introduzir discussões acerca de funções polinomiais do 1º Grau, a partir de experimentos feitos pelos alunos utilizando velas de aniversário, tipo palito. Os dados obtidos por eles foram registrados em tabelas, gráficos e equações.

A atividade 3, tinha como objetivo verificar como os alunos trabalhavam com dados de tabelas, equações e gráficos, mas desta vez de uma forma descontextualizada, utilizando os procedimentos e raciocínios adotados nas primeiras atividades.

Na atividade 4, o aluno era levado a refletir acerca de procedimentos práticos adotados no dia a dia, neste caso, o preço em função do número de cópias xérox, pagas pelo consumidor. Nesta atividade, se discutiu a natureza do Domínio e Imagem de uma função, se discretos ou contínuos, e qual a consequência disto nos gráficos e tabelas; além disso, teve o objetivo de levar o aluno à determinação de uma equação, baseado apenas na observação de um procedimento mental de cálculo, sem que estes precisassem recorrer a dados de uma tabela ou gráfico.

Já na atividade 5, se trabalhou especificamente com o Domínio e a Imagem de uma função, aprofundando a análise iniciada na atividade quatro, acerca da natureza destes. A atividade se desenvolveu com o estudo de padrões geométricos simples, com elementos que diferenciavam-se bastante das variáveis envolvidas nas atividades anteriores.

A atividade 6, utilizou jogo de cartas de baralho com o objetivo de verificar a habilidade do aluno ao realizar passagens de uma forma de representação de funções para outra, em diversas etapas e de diferentes modos, tendo envolvido tabelas, gráficos, equações e sentenças na linguagem usual.

Na atividade 7, o objetivo foi induzir os alunos a trabalharem com gráficos de funções constantes, utilizando-se os dados de uma conta de água, cobrindo um período de consumo equivalente a seis meses, tendo gerado discussões importantes e necessárias neste experimento.

Em relação à atividade 8, procurou-se estudar o zero da função polinomial do 1º Grau, isto é, a determinação e compreensão do significado da raiz de uma equação do tipo $y = ax + b$.

No que diz respeito as atividade 9 e 10, o objetivo proposto foi estudar o comportamento de uma função polinomial do 1º Grau, a partir de dois casos: primeiro, o caso em que o coeficiente da variável independente x é positivo (Atividade 9) e o segundo, caso em que este é negativo (Atividade 10). Foram utilizados nestas atividades elementos puramente teóricos, isto é, os dados não estavam associados a variáveis específicas de natureza prática e com ênfase na linguagem matemática. O último item de cada uma destas atividades solicitou que os alunos abstraíssem e expressassem uma regra geral acerca dos dois casos estudados.

Quanto ao roteiro, afirma que este

não especificava procedimentos quanto ao traçado de gráficos, uso de tabela, ou obtenção de equação, permitindo que o aluno tomasse decisões e os grupos produzissem resultados diferentes, o que enriqueceu o debate entre os membros dos grupos. As questões foram, em sua maioria, abertas, exigindo dos alunos a redação de justificativas. (RÊGO, 2000, p.94).

As conclusões a que chegou a pesquisadora são pertinentes ao nosso objeto de estudo nesta Monografia, ou seja, que o conceito de função envolvendo situações reais, concretas, que ocorrem no dia a dia, pode proporcionar ao estudante uma melhor compreensão de seu significado, sendo esta, também, a nossa defesa.

Quando discutimos, anteriormente, as sugestões de abordagem nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNEM) e nas Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (OCNEM), verificamos com clareza a sugestão de priorizar as ações do dia-a-dia no processo de ensino/aprendizagem, em exemplos e atividades, com o objetivo de proporcionar ao aluno melhores condições para construir os conceitos de forma significativa.

A pesquisa aqui destacada não só atingiu esse objetivo, como foi mais além, enxergando como ações do dia a dia não apenas aquelas em que alguns livros didáticos têm trazido (e que apesar de serem ações cotidianas, estão longe da realidade do dia a dia dos alunos), mas aquelas envolvendo ações em que os alunos pudessem manusear materiais concretos, em experimentos simples. Isto fez com que as diferentes formas de representação do conceito de função se tornassem mais palpáveis e práticas, favorecendo uma proximidade do estudante com o conteúdo estudado.

Dessa forma, ressaltamos, além dos referenciais oficiais já discutidos, a Tese da Dra. Rogéria Gaudencio do Rego, nossa orientadora, como referenciais teóricos para nossa monografia, servindo de base para análise que fizemos dos livros didáticos de Matemática

selecionados, focando nossa investigação no conteúdo de funções.

Selecionamos o livro didático como elemento central em nossa investigação, em razão de sua importância para a prática do professor. Ela é discutida nas OCNEM, quando este documento afirma que

O texto didático traz para a sala de aula mais um personagem, seu autor, que passa a estabelecer um diálogo com o professor e seus alunos, refletindo seus pontos de vista sobre o que é importante ser estudado e sobre a forma mais eficaz de se trabalharem os conceitos matemáticos. (BRASIL. OCNEM, p. 86).

Ou seja, a seleção de conteúdos, bem como a forma de trabalhá-los em sala de aula são mais uma escolha do autor do que do próprio professor. O documento enfatiza ainda, que:

Na ausência de orientações curriculares mais consolidadas, sistematizadas e acessíveis a todos os professores, o livro didático vem assumindo, há algum tempo, o papel de única referência sobre o saber a ser ensinado, gerando, muitas vezes, a concepção de que “o mais importante no ensino da matemática na escola é trabalhar o livro de capa a capa”. Nesse processo, o professor termina perdendo sua autonomia como responsável pelo processo de transposição didática interna. É importante, pois, que o livro didático de Matemática seja visto não como um substituto de orientações curriculares, mas como um recurso a mais. (BRASIL. OCNEM, p. 86).

De acordo com o que já foi exposto, é fácil perceber a necessidade de o aluno ter a seu dispor, livros didáticos de qualidade, que possam servir de parâmetros para a elaboração de raciocínios que sejam construtores do saber. Na ausência do professor, a principal fonte de pesquisa de que o aluno disporá será o livro didático, onde poderá encontrar subsídios que contribuam para sua aprendizagem.

3. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE NOSSOS DADOS

Os livros que analisamos estão dentre os mais adotados na rede estadual de ensino da cidade de João Pessoa, no Ensino Médio, sendo eles:

1. Matemática Novo Ensino Médio – volume único, de Marcondes/ Gentil/ Sérgio, publicado pela Editora Ática (2002);
2. Matemática Ensino Médio – volume 1, de Kátia Stocco Smole & Maria Ignez Diniz, publicado pela Editora Saraiva, e
3. Matemática – volume 1- Paiva, publicado pela Editora Moderna.

Nos anexos incluímos cópias das páginas dos livros pesquisados, apresentamos a parte que o guia do PNLD discute o conteúdo de funções e as Resenhas dos livros analisados, que constam no Guia do PNLD 2012, para o Ensino Médio. Elas permitem a visualização do livro, na coleção.

3.1 MATEMÁTICA NOVO ENSINO MÉDIO – VOLUME ÚNICO

O estudo de funções tem início na Parte I – Módulo 14 do livro, ou seja, a partir da página 36, quando os autores introduzem a seguinte definição:

Dados dois conjuntos, **A** e **B**, não vazios, dizemos que a relação **f** de **A** em **B** é função se, e somente se, para qualquer **x** pertencente ao conjunto **A** existe, em correspondência, um único (\exists) **y** pertencente a **B** tal que o par ordenado (**x**,**y**) pertence a **f**: **f** é função de **A** em **B** $\Leftrightarrow \forall x \in A, \exists! y \in B \mid (x, y) \in f$.

É fácil perceber, o quanto tal afirmação é abstrata, e difícil de ser compreendida por um aluno da primeira série do Ensino Médio. Como ele vai decodificar toda essa simbologia que se apresenta para definir o que é uma função? Como elaborar raciocínios que identifiquem nessa simbologia uma descrição significativa do conceito?

Após a introdução dessa definição, não há uma discussão que possa facilitar a compreensão dos termos que nela se apresentam, nem mesmo na parte de contextos e aplicações interdisciplinares (página 57), onde são abordadas as funções compostas.

Verificamos então, que tal posicionamento está contrariando o que preceitua os PCNEM, quando diz:

[...] O distanciamento entre os conteúdos programáticos e a experiência dos alunos certamente responde pelo desinteresse e até mesmo pela deserção que constatamos em nossas escolas. Conhecimentos selecionados a priori tendem a se perpetuar nos rituais escolares, sem passar pela crítica e reflexão dos docentes, tornando-se, desta forma, um acervo de conhecimentos quase sempre esquecidos ou que não se consegue aplicar, por se desconhecer suas relações com o real. (BRASIL, PCNEM, p. 22).

Em seguida, os autores apresentam exemplos baseados na Teoria dos Conjuntos, com o uso de diagramas de flechas, já identificando o que é e o que não é função, como se o aluno não precisasse compreender de forma clara, e ele mesmo construindo a ideia geral, o que seja uma função.

Exemplos:

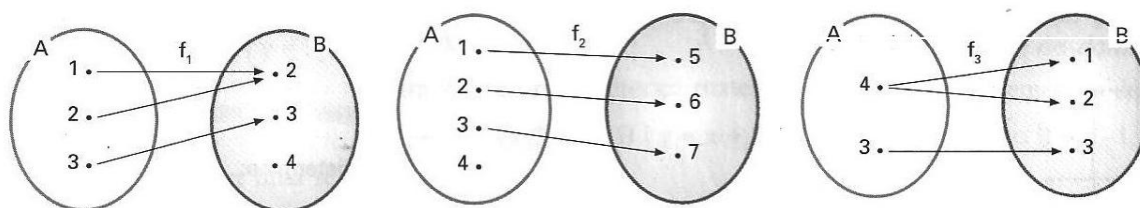


Figura 1 – Exemplos da página 36 do livro Matemática Novo Ensino Médio.

Nos exemplos apresentados, os autores indicam de imediato porque f_1 é uma função: porque todos os elementos de A têm um único correspondente em B . Em seguida, no segundo exemplo, afirmam que f_2 não é função porque 4 não tem correspondente em B . E no terceiro exemplo, indicam que f_3 não é função porque 4 pertence a A e tem dois correspondentes em B .

Os mesmos exemplos poderiam ser apresentados, especificando-se que o primeiro corresponde a uma função e os demais não, questionando ao aluno quais as justificativas para isso, refletindo-se sobre a definição apresentada. Isso faria com que o aluno analisasse os termos presentes na definição e os associasse aos elementos presentes nos exemplos, ampliando sua compreensão de ambos.

A apresentação de informações, entretanto, substitui a construção, impõe uma memorização que não passou pela construção do saber, foi oferecida na sua fase final, pronta, sem que o aluno participasse do processo de elaboração.

Em seguida, o texto traz uma série de exercícios resolvidos. O trabalho com a função polinomial do 1º grau ou função afim é introduzido na página 58, semelhantemente ao que foi feito com a definição de função, de uma forma abstrata, por meio de sua definição, usando a mesma notação utilizada na definição inicial de função: “Uma função f de A em B é uma função polinomial de 1º grau se a cada $x \in A$ se associa o elemento $(ax + b) \in B$, com $a \in \mathbb{R}^*$ e $b \in \mathbb{R}$: $f: A \rightarrow B$ definida por $f(x) = ax + b$ ou $y = ax + b$. (MARCONDES, GENTIL, SÉRGIO, 2002, p.58).

Naturalmente que é preciso também conhecer as notações matemáticas, seus

algoritmos, sua linguagem, mas, analisando esta definição, percebemos que ela é igualmente complexa e, ainda mais, quando associa x a $(ax + b)$, o que contraria o que é pregado pelos PCNEM e na Tese de Rêgo (2000).

Logo em seguida, os autores afirmam que a representação no plano cartesiano da função polinomial do 1º grau é uma reta e exemplificam através de uma tabela de valores, relacionando-as com o gráfico da função as coordenadas cartesianas. Em nenhum momento são trazidos exemplos envolvendo o cotidiano, mesmo que este cotidiano esteja distante da realidade do aluno.

Nas Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (DCNEM), item 4, que trata das Diretrizes para uma pedagogia da qualidade, subitem 4.1, sobre Identidade, diversidade e autonomia, há uma citação de Castro, que teria afirmado:

Não se trata nem de profissionalizar nem de deitar água para fazer mais rala a teoria. Trata-se, isso sim, de ensinar melhor a teoria – qualquer que seja - de forma bem ancorada na prática. As pontes entre a teoria e a prática têm que ser construídas cuidadosamente e de forma explícita. [...] para a maioria dos alunos, infelizmente, ou a escola o ajuda a fazer estas pontes ou elas permanecerão sem ser feitas, perdendo-se assim a essência do que é uma boa educação. (CASTRO, sd, *Apud*, PCNEM, p. 73).

Esta proposta de fazer uma ponte entre a teoria e a prática, foi a base da Tese que também serviu como referencial teórico para esta Monografia e que aponta para esta necessidade de aprender fazendo e que está de acordo com as DCNEM que afirmam que

[A]s idéias socioconstrutivistas da aprendizagem partem do princípio de que a aprendizagem se realiza pela construção dos conceitos pelo próprio aluno, quando ele é colocado em situação de resolução de problemas. Essa idéia tem como premissa que a aprendizagem se realiza quando o aluno, ao confrontar suas concepções, constrói os conceitos pretendidos pelo professor. Dessa forma, caberia a este o papel de mediador, ou seja, de elemento gerador de situações que propiciem esse confronto de concepções, cabendo ao aluno o papel de construtor de seu próprio conhecimento matemático. (OCNEM, 2004, p. 81).

Dessa forma, fica evidente a necessidade de uma prática que proporcione a construção de saberes e a formação de conceitos, ancorados em realizações pessoais.

3.2 MATEMÁTICA - ENSINO MÉDIO (SMOLE & DINIZ, 2010).

Nesse livro o estudo de funções tem início na Unidade 3 – subitem três. A partir da página 71, em uma observação em vermelho e caixa baixa, os autores informam que o

conceito de função será apresentado informalmente, antes da terminologia que se relaciona a ele, trazendo um gráfico relacionado à notícia de que sobram empregos e salários na construção civil pesada. O gráfico que faz parte do texto apresenta a evolução do piso salarial, em função do tempo. (Figura 2).



Figura 2 – Exemplo da página 71 do livro Matemática Ensino Médio.

Apesar de ser um exemplo que está no cotidiano do trabalhador da construção civil, não faz parte do dia a dia do aluno. Mesmo assim, mostra, ainda que de modo pouco motivador, que as formas de representação do conceito de função estão presentes nas informações veiculadas na mídia.

Porém, por se tratar de um exemplo que não faz parte dos interesses do aluno dessa faixa de escolaridade, ele não promoverá a necessária motivação para, a partir dele e de outros exemplos adequados, formar o conceito de forma significativa.

Sendo o livro didático um instrumento que complementa o trabalho do docente, a formação deste faz toda a diferença, na medida em que ele assume uma postura de pesquisador e usa tal instrumento como um elemento a mais, complementando-o, enriquecendo-o e criticando-o.

Os demais exemplos que se seguem no livro, seguem a mesma estrutura. Um deles trata da altura de uma criança em função da sua idade.

Exemplo 1- A altura de uma criança é uma função de sua idade. É o que mostra, ao lado, o gráfico de desenvolvimento estatural de uma menina. Observe que a altura dela era de 64 cm aos 5 meses de idade e passou a ser de 73 cm aos 10 meses. As duas linhas contínuas em preto correspondem às maiores e menores alturas esperadas para crianças do sexo feminino com desenvolvimento normal. Os pediatras usam esse tipo de gráfico para acompanhar o desenvolvimento da criança. (SMOLE & DINIZ, 2010, p.72).

Esse exemplo, apesar de ser interessante, e mesmo que diga respeito a um fenômeno cotidiano, não se configura como um contexto que seja efetivamente motivador para o trabalho em sala de aula.

O segundo exemplo trata de uma garrafa de suco concentrado que deve ser dissolvido em 2L de água:

Exemplo 2 - Uma garrafa de 500 mL de suco concentrado deve ser dissolvido em 2 L de água para obtermos o suco reconstituído. Assim, cada garrafa de suco concentrado corresponde a 2,5L de suco pronto. Podemos estabelecer uma relação entre a quantidade de suco concentrado e a de suco pronto na forma de uma função, que pode ser descrita por uma igualdade algébrica ou por uma tabela cujos valores podemos representar no plano cartesiano e obter um gráfico dessa relação. Chamando de S o número de litros de suco pronto e de c o número de garrafas de suco concentrado, temos: $S = (2\text{L de água} + 0,5 \text{ L de suco concentrado}) \times c$. $S = c \times 2,5$. (SMOLE & DINIZ, 2010, p.72).

Embora o exemplo envolva uma atividade prática e situada no cotidiano, seria mais interessante propor atividades que pudessem ser trabalhadas pelo aluno em sala de aula, de modo que ele mesmo construísse tabelas de dados, traçasse o gráfico correspondente e discutisse a natureza das relações entre as variáveis.

Como defende Rêgo, é interessante introduzir o conceito de função de modo informal, tendo-se o cuidado de promover condições que possibilitem o desenvolvimento gradativo do nível formal. Ressalta ainda a autora que o processo não deve ser baseado apenas na experiência pessoal do professor ou nos elementos do livro texto, mas, em especial, em atividades realizadas pelo aluno. (RÊGO, 2000, p. 19-20).

Na parte referente à interdisciplinaridade (conexão Matemática – Tecnologia), os autores do livro didático usam informações sobre a aplicação do GPS na localização de pontos na face da Terra, para ilustrar a aplicação do uso de funções no dia a dia. Não deixa de ser uma referência interessante, porém, para que o aluno possa absorver essa informação, será

necessário, antes, construir o conceito de função, a partir de experimentos pessoais.

Quando aborda o estudo de funções afim, citam exemplo de aviões de combate, descrevendo a quantidade de combustível no tanque em função do tempo de abastecimento (Figura 3).

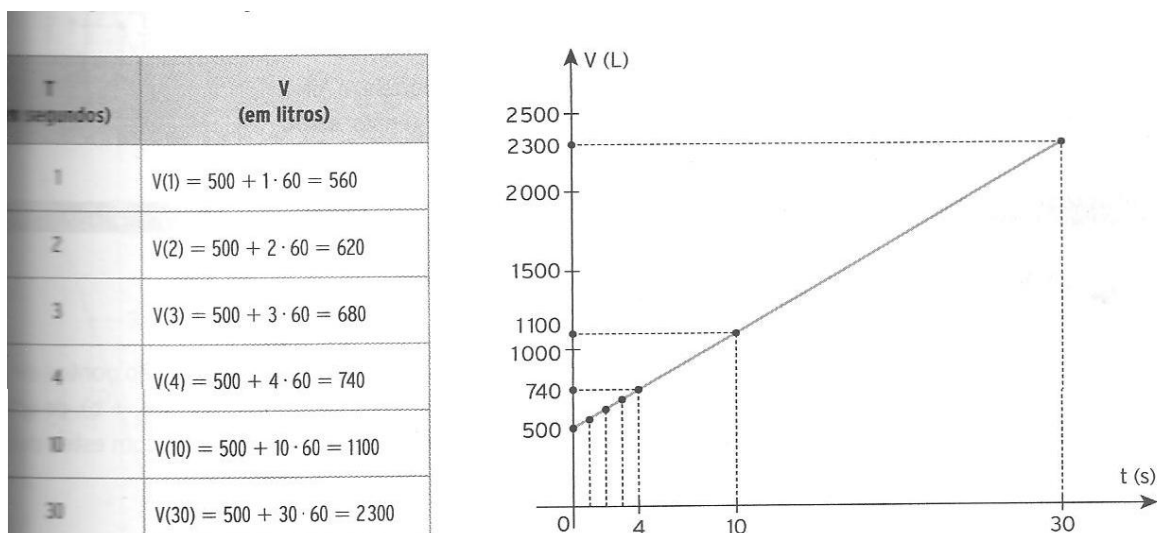


Figura 3 – Exemplo da página 93 do livro Matemática Ensino Médio.

Em seguida os autores introduzem a definição formal de função afim, com a mesma complexidade já citada anteriormente: ‘Uma função f , de \mathbb{R} em \mathbb{R} , que a todo número x associa o número $ax + b$, com a e b reais. $a \neq 0$, é denominada função afim ou função polinomial do 1º grau. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \rightarrow y = ax + b, a \neq 0$ ’. (SMOLE & DINIZ, 2010, p.94).

Observe-se a complexidade dessa definição, quando associa o número x ao número $ax + b$, uma vez que o aluno precisa, antes, ter compreendido bem o que é uma variável. Sem ter clara essa ideia, o aluno dificilmente avançará na construção de conceitos relativos ao conceito de função, com qualidade.

3.3 MATEMÁTICA – VOLUME1 (PAIVA, 2009).

O conceito de função é introduzido na página 83 do livro, no Capítulo 4, com a definição de grandeza e exemplos: comprimento, área, volume, velocidade, pressão, temperatura, profundidade, tempo, massa e vazão.

Em seguida, o autor afirma que:

A variação da medida de uma grandeza associada a um objeto depende da variação das medidas de outras grandezas, por exemplo: o desenvolvimento de uma planta depende do tempo; a taxa de evaporação das águas depende da temperatura; a pressão exercida pela água do mar depende da profundidade. Para estudar essas dependências, podemos recorrer a equações matemáticas que relacionem as grandezas envolvidas. (PAIVA, 2009, p.83).

Cita em seguida um exemplo, utilizando a relação velocidade versus distância:

Para exemplificar, vamos supor que um automóvel percorra um trecho AB de uma estrada à velocidade constante de 80 Km/h. Considerando A como ponto de partida, vamos associar a ele a marca 0 Km. A cada ponto P do trecho AB, vamos associar a marca d Km, que indica a distância de A até P, medida ao longo da trajetória. Que distância terá percorrido o automóvel após 2 horas da partida? Como a velocidade do automóvel é constante, 80 Km/h, a distância d percorrida por ele, em quilômetros, após 2 horas será: $d = 80 \cdot 2 \rightarrow d = 160$ (PAIVA, 2009, p.84).

Em seguida, apresenta uma tabela expressando a distância d, percorrida pelo automóvel, após t horas de sua partida (Figura 4). A partir daí, passa a explicar a associação do tempo com a distância percorrida e esta como uma função do tempo.

t (hora)	d (quilômetro)
1	80
2	160
3	240
4	320
⋮	⋮

Figura 4 – Tabela do exemplo da página 84 do livro Matemática Volume 1.

A definição de função está presente no final da página, da seguinte forma:

Dizemos que uma variável y é dada em função de uma variável x se, e somente se, a cada valor de x corresponde um único valor de y. A condição que estabelece a correspondência entre os valores de x e y é chamada de lei de associação, ou simplesmente lei entre x e y. Quando possível, essa lei é expressa por uma equação. (PAIVA, 2009, p. 84).

Essa definição, como as outras já criticadas, semelhantemente tem uma forma muito abstrata, quando o objetivo é formar e internalizar o conceito de função. Daí, a necessidade de facultar ao aluno uma metodologia que o faça descobrir, a partir da experimentação com base em fenômenos do cotidiano, ou com materiais manipuláveis, ou ainda com o uso de tecnologias. No que diz respeito à utilização da tecnologia, Rêgo (2000), faz a seguinte

citação:

Ferrini-Mundy e Lauten (1994, p. 160) defendem uma abordagem curricular na qual os estudantes sejam encorajados a realizar conexões entre as representações simbólica e geométrica de funções. Para eles, o uso de tecnologia, integrada à investigação de situações funcionais do mundo real, ajudam o aluno a desenvolver uma maior intuição e compreensão de funções. (FERRINI-MUNDY e LAUTEN, 1994, *apud*, RÊGO, 2000, p.76).

Compreendemos, dessa forma, que o uso da tecnologia se configura como uma estratégia viável na realização de experiências a partir das quais o aluno possa elaborar o conceito de função, que deixa de ser mais um conteúdo a ser memorizado, mas um conhecimento que é fruto de uma construção pessoal. Como sugere Rêgo (2000),

[O] principal objetivo não é fazer com que os alunos decorem inúmeras definições relacionadas ao conceito de função, mas que possam efetuar a construção do próprio conceito, entendendo como tal a organização de esquema mental que envolva os vários outros conceitos e formas de representação a ele associados. (RÊGO, 2000, p. 197).

Quando aborda a função afim, na página 117, o autor do livro didático usa como exemplo o funcionamento do forno de uma padaria, relacionando sua temperatura interna em graus Celsius, em função do tempo x , em minuto, a partir do momento em que o forno foi ligado, com $x = 0$ e a temperatura interna do forno igual a $30\text{ }^{\circ}\text{C}$. (Figura 5).

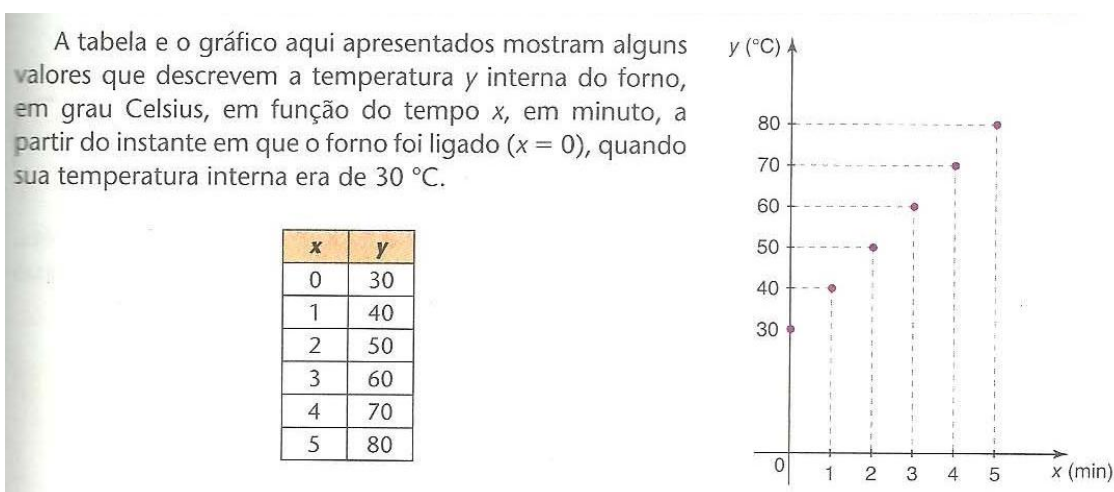


Figura 5 – Dados do exemplo da página 117 do livro Matemática Volume 1.

Como as outras formas de exemplos trazidas para ilustrar o conceito de função, embora associado a situações do cotidiano, ele não é passível de reprodução em sala de aula. Ou seja, não promove a ação efetiva do aluno no levantamento de dados e na construção das diferentes formas de representação da função.

Vejamos as recomendações feitas na pesquisa de Rêgo (2000):

Procuramos, para evitar repetir problemas detectados nas pesquisas que utilizaram atividades com recursos concretos, conceber experimentos práticos suficientemente simples para que pudessem possibilitar o acesso a idéias familiares ao aluno, facilitando sua ação sobre os mesmos. Ao mesmo tempo, deveriam gerar situações que nos permitisse guiar com eficiência o processo de construção do conceito pelo próprio aluno e promover discussões sobre os tópicos a serem abordados. (RÊGO, 2000, p. 77-78).

Assim, é fácil verificar, de acordo com a proposta de “guiar com eficiência o processo de construção do conceito pelo próprio aluno” (RÊGO, 2000, p.77), tendo como base, idéias que lhe são familiares e sobre as quais pode agir, não combina com os exemplos dados por Paiva (2009).

Em seguida, na página 118, o autor define a função afim da seguinte forma: “Toda função do tipo $f(x) = ax + b$, com a e b números reais e $a \neq 0$, é denominada função polinomial do 1º grau ou função afim. (PAIVA, 2009, p.118). Esta é uma definição, como as outras já vistas, que, sendo elaborada a partir da construção pessoal dos alunos com base em experimentos práticos, poderia ser apreendida, com mais facilidade e qualidade. Mas, não é o que acontece com as propostas adotadas nos livros pesquisados.

Em seguida o autor fornece exemplos, visando tornar mais compreensível a definição de função afim:

a) $y = 4x$ é uma função polinomial do 1º grau, em que $a = 4$ e $b = 0$.

b) $y = \frac{3x}{2} + \frac{1}{5}$ é uma função polinomial do 1º grau, em que $a = \frac{3}{2}$ e $b = \frac{1}{5}$

c) Se o aquecimento de uma barra de metal provoca em seu comprimento L_i uma dilatação linear x , então sua área A_i sofrerá uma dilatação superficial $2x$ e o seu volume V_i sofrerá uma dilatação volumétrica $3x$, conforme estudos da Termologia sobre dilatação dos corpos. Assim, o comprimento, a área e o volume finais, L_f , A_f e V_f , após o aquecimento da barra, são dados pelas funções polinomiais do 1º grau: $L_f = L_i + x$; $A_f = A_i + 2x$; $V_f = V_i + 3x$ (PAIVA, 2009, p.118).

É de se questionar, se os exemplos destacados podem efetivamente contribuir para a construção do conceito de função afim, haja vista a complexidade apresentada em especial no item c. Como podemos associar os itens a e b, com a definição, a ponto de se tornar provável a apreensão do conceito de função afim?

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo geral desta Monografia foi analisar como os autores de alguns dos livros didáticos mais adotados na rede pública de ensino de João Pessoa, apresentam o conceito de função e função linear para a 1ª série do Ensino Médio, identificando se situações de contextualizações, aplicações e interdisciplinaridade estão presentes nas obras. Ou seja, buscamos analisar como os autores dos livros citados propõem trabalhar esse conteúdo e, de acordo com o que é proposto, avaliar se a proposta é adequada, considerando nosso aporte teórico.

Com base em nossa análise, concluímos o seguinte:

O primeiro livro – Matemática, Novo Ensino Médio (MARCONDES/GENTIL/SÉRGIO, 2002), apresentou proposta complexa e já inicialmente, formal, na apresentação do conceito geral de função e de função linear, em particular, baseadas na estrutura tradicional de ensino e conforme elementos da Teoria dos Conjuntos.

O livro não apresentou situações de contextualização e nem de interdisciplinaridade, quando abordou o tema função, e fez uso quase que unicamente da apresentação formal do conceito, via definição, reforçando-a com o uso de diagrama de flechas, na identificação de funções em exemplos dados.

Quando se referiu à função afim, em nenhum momento usou este termo, e sim função polinomial do 1º grau, apresentando uma definição formal e exemplos com tabelas e gráficos. Na página destinada a contexto, aplicações e interdisciplinaridade, exemplificou com uma situação problema envolvendo uma questão de economia, tratando de preço e demanda, com certo grau de dificuldade de compreensão para o aluno.

Não houve preocupação por parte dos autores em priorizar situações do cotidiano, ainda que estas estivessem além do dia a dia do aluno. Não é isto que os PCNEM, as OCEM e a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional prevêm para o ensino de Matemática e nem foi isto que a pesquisa de Rêgo (2000) defende, mas a necessidade de aliar teoria e prática na construção de conceitos, elaborados pelo próprio aluno.

O livro 2 - Matemática – Ensino Médio – Volume 1 (PAIVA, 2009), adotou uma metodologia não tradicional e não usou a Teoria dos Conjuntos para a introduzir o conceito de função. Iniciou usando a definição de grandeza (comprimento, velocidade, volume, temperatura, etc.), para depois exemplificar com uma situação problema envolvendo distância, velocidade e tempo.

O conceito de função foi feito sem a formalidade que envolve símbolos matemáticos como: **f** é função de **A** em **B** $\Leftrightarrow \forall x \in A, \exists y \in B \mid (x, y) \in f$, mas se usou a definição formal através de sua leitura (o destaque em negrito é do autor):

Dizemos que uma variável **y** é dada em **função** de uma variável **x** se, e somente se, a cada valor de **x** corresponde um único valor de **y**. A condição que estabelece a correspondência entre os valores de **x** e **y** é chamada de **lei de associação**, ou simplesmente lei entre **x** e **y**. Quando possível, essa lei é expressa por uma equação. (PAIVA, 2009, p.84).

Esta definição é mais acessível ao aluno e pode auxiliar na compreensão do conceito de função, se houver um entendimento sobre o que seja variável e sobre o significado dado à função, além da compreensão do significado de lei de associação.

No entanto, o autor não propôs uma metodologia que facultasse a construção do conceito de função a partir de experiências que pudessem ser vivenciadas na prática pelo estudante. Apenas exemplificou com duas situações problema (página 84), o primeiro tirado da Física, envolvendo velocidade, tempo e distância. O segundo com dois itens, a e b, o item a, sobre temperatura e comprimento em um termômetro de mercúrio; o item b, associando o tamanho do metro de uma peça de tecido com o preço, isto é, para cada metragem de pano associa-se um único preço. Neste caso, não fica claro se a peça de tecido vai ser toda dividida em tamanhos de um metro, tendo cada metro um único preço, ou se teremos pedaços com tamanhos diferentes com o mesmo preço, o que complica seu entendimento.

São exemplos cotidianos, mas pouco provavelmente motivadores para alunos desse nível de escolaridade e, por isso, podem auxiliar pouco com a construção do conceito de função, partindo da perspectiva do aluno.

Em nota de rodapé, o autor tenta clarear o significado da expressão “**y** é dado em função de **x**” e da palavra “variável”:

1. Podemos abreviar a expressão “**y** é dada em função de **x**” por “**y** é função de **x**”;
2. No contexto das funções numéricas, define-se variável como um representante genérico dos elementos de um conjunto de números. Usualmente indicamos uma variável por uma letra. Por exemplo, ao dizer que **x** é uma variável real, estamos afirmando que **x** simboliza um número real qualquer. (PAIVA, 2009, p.84).

No primeiro caso, a impressão que fica é que nada mudou, continuamos sem saber o significado da palavra função e no segundo, surgem outros termos que precisam de esclarecimento (funções numéricas, representante genérico).

Quando aborda a função afim, na página 118, o autor (Paiva) apresenta o contexto de uma padaria. Embora faça parte do cotidiano das pessoas, seria mais interessante propor situações que pudessem ser trabalhadas pelo aluno em sala de aula.

Para exemplificar o conceito de função afim, sugere três exemplos. Os dois primeiros como aplicação direta das equações $y = a.x$ e $y = a.x + b$, respectivamente; e o terceiro, um problema de Física, sobre dilatação térmica.

São situações-problema prováveis de serem resolvidos pelos alunos, porém sua participação no processo é mínima, pois eles já recebem todas as informações prontas, faltando apenas determinar elementos específicos solicitados como resposta.

O livro 3 – Matemática, Ensino Médio (SMOLE & DINIZ), segue o mesmo padrão de Paiva (2009), para a apresentação do conceito de função, com exemplos que estão longe do que acreditamos que seja o universo de interesse dos alunos desse nível de escolaridade, apesar de serem ligados ao cotidiano.

A autora inicia o trabalho com um conjunto de informações sobre emprego e salário na construção pesada, associando piso salarial ao ano de pagamento. Há ainda um total de cinco exemplos:

- o primeiro associa altura com idade de uma criança, relacionando com o gráfico correspondente, sem que tenha havido uma tabela para sua construção;
- o segundo, diz respeito a 500 mL de suco concentrado para ser dissolvido em 2 L de água, tendo sido elaborada uma tabela para a construção do gráfico;
- o terceiro, relaciona a área de um quadrado com a medida de seu lado, sendo dada a tabela e o gráfico respectivo;
- o problema seguinte relaciona o tamanho do pé das pessoas com a confecção de sapatos, apresentando uma tabela e seu gráfico; e
- o último problema, usa padrões geométricos, mais precisamente, o triângulo de Sierpinski, triângulo equilátero que vai se subdividindo em uma infinidade de outros menores.

São situações problema não manipuláveis em sala de aula e com certo grau de complexidade, o que pode não ajudar muito o processo de construção do conceito de função pelo aluno.

A razão de tal dificuldade pode ser lida na pesquisa de Rêgo (2000), quando nas considerações finais de sua Tese afirma que

[A] profundidade que o trabalho atinge com as discussões, torna desnecessária a repetição de tópicos para que o aluno possa estabelecer ligações entre os diversos elementos envolvidos no conteúdo que está sendo estudado. O professor, no modelo tradicional de ensino, traça o gráfico de dezenas de funções polinomiais do 1º grau em que o coeficiente de x é negativo e dá a definição de função decrescente mas,

certamente, isto não terá o mesmo impacto nas estruturas mentais do aluno que um experimento envolvendo decrescimento da variável dependente enquanto a variável independente cresce, através de dados gerados, registrados e analisados por ele mesmo. (RÊGO, 2000, p. 197 -198).

Dessa forma, em função das fragilidades que identificamos nas propostas dos três livros, percebemos a importância do professor, na tríade professor/livro-didático/aluno, pois a ele cabe a função de tornar o ensino/aprendizagem um processo que envolva o aluno como agente construtor do conhecimento, através de situações concretas que ele possa experimentar, elaborando, daí, seu conhecimento. Para facilitar o processo, bons livros didáticos, capazes de fornecer subsídios para que o aluno se torne autônomo e crítico, podem compreender uma importante ferramenta auxiliar.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Lei de diretrizes e Bases da Educação Nacional**, Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996.

_____. **Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**, Resolução CEB nº 3 de 26 de junho de 1998.

_____. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Média e Tecnológica (Semtec): **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília: MEC/Semtec, 1999.

_____. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Básica: **Orientações Curriculares para o Ensino Médio, volume 2: Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC/Seb, 2006.

DINIZ, Maria Ignez; SMOLE, Kátia Stocco. **Matemática Ensino Médio – volume 1**. São Paulo: Saraiva, 2010.

GENTIL, *et al.* **Matemática Novo Ensino Médio**. São Paulo: Ática, 2002.

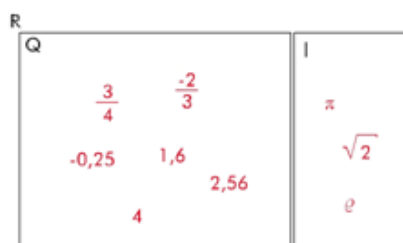
PAIVA, Manoel. **Matemática (Ensino Médio) – Volume1**. São Paulo: Moderna, 2009.

RÊGO, Rogéria Gaudêncio d. **Um estudo sobre a construção do conceito de função**. Tese (Doutorado em Educação) Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, 2000.

ANEXOS

PNLD 2012 - Considerações sobre o conteúdo de funções

No estudo dos conjuntos, é muito comum serem empregados **diagramas de Venn** na representação dos conjuntos numéricos, Q , I e R , como no exemplo a seguir.



A representação mostrada acima pode fazer acreditar que existem “mais” números racionais do que irracionais, quando sabemos que a cardinalidade do conjunto dos irracionais é maior do que a do conjunto dos racionais, que, por sua vez é igual à dos naturais.

A **análise combinatória**⁹ é uma parte da Matemática em que se visa resolver, entre outros, os problemas de contagem dos elementos de conjuntos discretos. Como esse é um tema com muita tradição, sua renovação tem sido lenta nos livros didáticos do ensino médio. Um desses avanços é a introdução do princípio fundamental da contagem, com o qual é possível obter técnicas básicas e muito eficientes de contagem. Todas as obras aprovadas o apresentam, mas muitas delas imediatamente o colocam de lado e voltam-se para o tratamento tradicional e estanque das combinações, arranjos e permutações. Na verdade, os problemas de contagem mais interessantes exigem o uso de mais de uma dessas técnicas. Um dos objetivos de um bom ensino de análise combinatória é desenvolver no aluno a capacidade para escolher diferentes técnicas de contagem e usá-las de modo eficiente na resolução dos problemas. É prejudicial um ensino que habitue o aluno a sempre tentar resolver qualquer problema de contagem com o uso somente de fórmulas¹⁰.

FUNÇÕES

Desde a passagem do século XIX para o século XX, o primeiro grande movimento internacional de reforma do ensino de Matemática propôs que o conceito de função fosse introduzido o mais cedo possível na escolaridade, devido a suas aplicações e a seu poder unificador. Esse poder do conceito

⁹ Atualmente, denominada simplesmente “Combinatória”.

¹⁰ Ao estudar as permutações, em geral, não se aproveita a oportunidade para relacioná-las com funções: uma permutação de um conjunto finito é, simplesmente, uma função bijetiva desse conjunto nele mesmo.

de função contribui, por exemplo, para que possamos abordar, sob um mesmo ponto de vista conceitual, as funções tradicionalmente estudadas na matemática escolar, além das transformações geométricas e das seqüências. Com relação a essas últimas, é um avanço que todas as coleções aprovadas adotem a definição apropriada de seqüência, embora a maioria só enfatize as progressões aritméticas ou geométricas.

De um ponto de vista panorâmico, no ensino médio, são importantes quatro grandes classes de funções numéricas que se constituem em modelos matemáticos para o estudo dos fenômenos do mundo físico e social. São as funções **afins**, as **quadráticas**, as **exponenciais** e as **trigonométricas**. Com isso, não queremos dizer que essas são as únicas funções numéricas que interessa estudar, mas que a compreensão desse grupo reduzido de modelos funcionais fornece-nos bons instrumentos para a aquisição de conhecimentos sobre outras funções, como: afins por partes (por exemplo, a função modular); funções definidas por mais de uma sentença; polinomiais de grau maior do que 2; racionais; logarítmica (inversa da exponencial); e as funções no campo da estatística e das probabilidades.

Todas as obras aprovadas introduzem a noção de função de modo intuitivo, apoiando-a nas ideias de: relação ou associação entre grandezas variáveis; dependência entre grandezas; correspondência entre elementos de dois conjuntos; “regra” ou “lei de formação” envolvendo grandezas ou números, entre outras. Todas as obras sistematizam o conceito de função utilizando conjuntos, o que é apropriado. Por outro lado, em duas das obras adota-se a definição de função como um tipo especial de relação e esta como subconjunto do produto cartesiano de dois conjuntos. Embora matematicamente seja possível adotar este caminho, ele pouco contribui para a compreensão do conceito de função.

Nas explanações teóricas relativas a funções, todas as coleções apresentam as definições fundamentais de: domínio, contradomínio, imagem, função injetiva, sobrejetiva, bijetiva, composta, inversa, entre outras. Em algumas delas, é dada muita atenção preliminar a esses conceitos e, quando nos momentos posteriores eles se fazem importantes, não são devidamente valorizados. Com relação ao conceito de domínio, um dos exemplos dessa falha é observado quando na definição é escolhido um domínio e, nos exemplos, usam-se outros domínios sem nenhum comentário sobre essa alteração, que muitas vezes é imposta pelo contexto.

No estudo de funções, é importante representá-las de diferentes modos – tabelas, gráficos, representações analíticas (algébricas) – estabelecendo relações entre eles. Frequentemente, um problema inicialmente formulado de maneira algébrica pode ser mais facilmente resolvido ou compreendido se o interpretarmos geometricamente, e vice-versa. Por exemplo, a simetria

axial presente nas funções quadráticas é facilmente perceptível no gráfico e, no entanto, pode exigir esforço de cálculo quando se trabalha com sua representação algébrica. Convém mencionar que o uso de aplicativos computacionais permite visualizar o gráfico de funções e ajuda a perceber propriedades por meio de experimentos com maior riqueza de exemplos.

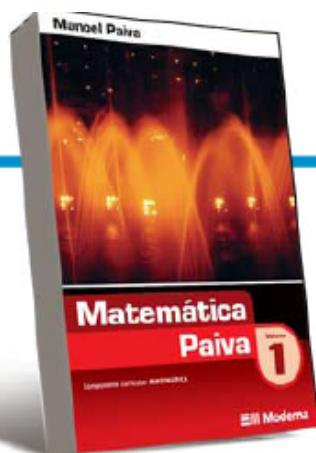
No estudo das funções, os seus gráficos no plano cartesiano desempenham um papel importante. Na avaliação das obras inscritas no PNLD 2012, observamos que não são tomados os devidos cuidados quando se constroem gráficos de funções. Por exemplo, com um número reduzido de valores da variável independente, induz-se o aluno a considerar que é possível construir o gráfico cartesiano de uma função. É comum encontrar nos livros didáticos, uma tabela com três ou quatro valores de x , associada ao desenho de uma parábola, sem explicações adicionais.

Outra falha é recorrer a gráficos estatísticos para construir funções reais de variável real. No caso das variáveis discretas, o gráfico estatístico pode ser constituído por pontos isolados no plano cartesiano ou por barras verticais. Isso não permite que, sem nenhum comentário explicativo, passemos para o gráfico de uma função com variável independente contínua. Na estatística, muitas vezes, utiliza-se o procedimento de ligar os pontos isolados de um gráfico discreto por uma curva contínua. No entanto, trata-se apenas de um procedimento para auxiliar a visualização do comportamento da variável estatística.

Na classificação dos conteúdos adotada no PNLD 2012, consideramos a **matemática financeira** no campo das funções pela importância das funções linear e exponencial como modelos para os problemas dessa área. No entanto, apenas uma das coleções aprovadas faz, explicitamente, tais conexões. Na matemática financeira, os conteúdos mais abordados são porcentagem, acréscimo e desconto, juros simples e compostos. Observamos, na abordagem desses tópicos, muita ênfase ao emprego direto de fórmulas, o que não é desejável. Esse é um assunto que deveria instrumentalizar o aluno para a cidadania, e isso pode ser feito por meio da exploração de problemas adequados e atuais. Dentre as coleções aprovadas, três destacam-se pelas contextualizações sugestivas.

EQUAÇÕES ALGÉBRICAS

Nas coleções aprovadas, o tratamento das **matrizes** é feito no livro da 2ª série. Seu estudo precede o dos sistemas de equações lineares, exceto em uma das coleções, que não segue essa tradição. Para contextualizar as matrizes, elas são vinculadas, de modo satisfatório, a tabelas de dupla entrada, em todas as obras. No entanto, essa contextualização é mais significativa quando



MATEMÁTICA - PAIVA

25117COL02

Manoel Paiva

Editora Moderna

VISÃO GERAL

Nesta coleção, os conteúdos são desenvolvidos em um número adequado de páginas e, em geral, a sistematização dos conceitos matemáticos é cuidadosa. No entanto, essa sistematização é feita, quase sempre, sem o estímulo à investigação por parte do aluno.

Ao longo dos capítulos, as explicações e os exercícios partem de situações contextualizadas sugestivas, em sua maioria. Destaca-se, ainda, a seção *Matemática sem fronteiras*, em que as conexões com outras áreas do conhecimento são bem exploradas.

Ao longo dos livros, há atividades relativas a temas que, se explorados pelo professor, podem favorecer a formação para a cidadania.

DESCRIÇÃO

A obra é composta por capítulos temáticos, subdivididos em itens. Na abertura dos capítulos, é apresentada uma situação contextualizada relativa ao tema a ser abordado. Em alguns capítulos, o item inicial trata de um fato histórico ou de uma aplicação. Seguem-se os itens com os conteúdos matemáticos do capítulo, ao longo do qual se distribuem as seções *Exercícios resolvidos* e *Exercícios propostos*.

Os capítulos incluem as seções *Roteiro de trabalho*, com questões para serem resolvidas em grupo, e *Exercícios complementares*, para fixação dos conteúdos tratados. Já a seção *Matemática sem fronteiras*, presente na maioria dos capítulos, contém aplicações práticas dos assuntos ali desenvolvidos.

Os livros são finalizados com: indicações de leituras complementares; respostas de todos os exercícios propostos; siglas de instituições educacionais e bibliografia da obra.

Na coleção são trabalhados:

1ª SÉRIE – 11 capítulos – 256 pp.

1	Conjuntos: conceitos primitivos, notação; finitos e infinitos; operações; conjuntos numéricos; o eixo real	34 pp
2	Álgebra: equações, inequações e sistemas de equações polinomiais do 1º grau; equações polinomiais do 2º grau; matemática financeira	18 pp
3	Geometria plana: polígonos; triângulos e suas propriedades, teorema de Tales; semelhança de triângulos; relações métricas no triângulo retângulo	22 pp
4	Função: sistema de coordenadas; definição; representações; gráficos	20 pp
5	Função real de variável real; inversa de uma função	16 pp
6	Função polinomial de 1º grau: gráfico, definida por sentenças; inequações produto e quociente	19 pp
7	Função polinomial do 2º grau: gráfico, máximo e mínimo; inequações polinomiais do 2º grau	19 pp
8	Eixo real: distância entre pontos; módulo, equações e inequações modulares; função modular	14 pp
9	Potenciação e radiciação; função exponencial; equações e inequações exponenciais	20 pp
10	Conceito de logaritmo; função logarítmica; equações e inequações logarítmicas	24 pp
11	Sequência; progressões aritméticas e geométricas	28 pp

2ª SÉRIE – 15 capítulos – 312 pp.

1	Geometria plana: circunferência e círculo; posições relativas entre reta e circunferência e entre duas circunferências; ângulos na circunferência; perímetro da circunferência; áreas de figuras planas	24 pp.
2	O triângulo retângulo e o cálculo de distâncias; razões trigonométricas no triângulo retângulo	11 pp.
3	Circunferência trigonométrica: radiano, simetrias, seno, cosseno; equações e inequações trigonométricas	27 pp.
4	Tangente; equações e inequações trigonométricas; secante, cossecante, cotangente	12 pp.
5	Seno, cosseno e tangente da soma de arcos e do arco duplo	08 pp.
6	Funções trigonométricas: gráficos; movimentos periódicos; leis do cosseno e do seno; área de triângulos	20 pp.
7	Matrizes: história, conceitos, operações	16 pp.

8	Sistemas lineares: resolução	16 pp.
9	Determinantes e aplicações; sistema linear homogêneo	14 pp.
10	Combinatória: princípio fundamental e princípio aditivo da contagem; fatorial	12 pp.
11	Agrupamentos: arranjos, permutações, combinações simples; binômio de Newton	20 pp.
12	Geometria espacial: noções iniciais; posições relativas entre duas retas; posições relativas entre reta e plano e entre plano e plano; perpendicularidade; projeção ortogonal; ângulos; poliedros	26 pp.
13	Prismas, paralelepípedo, cubo, pirâmide: definições, elementos; Princípio de Cavalieri; áreas das superfícies laterais e volumes	26 pp.
14	Cilindro, cone, esfera: definições, áreas das superfícies laterais e volumes	25 pp.
15	Probabilidades: definição, adição de probabilidades, probabilidade condicional, multiplicação de probabilidades.	19 pp.

3ª SÉRIE – 9 capítulos – 200 pp.

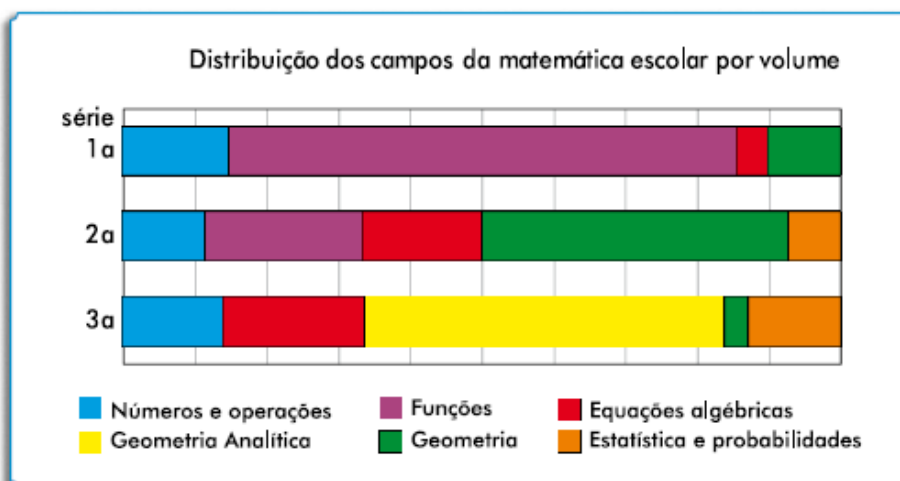
1	Estatística: conceitos; distribuição de freqüências; medidas estatísticas; tabelas e gráficos	22 pp.
2	Geometria analítica: distância entre dois pontos; ponto médio; bissetrizes dos quadrantes; retas horizontais e verticais	17 pp.
3	Equações da reta: geral, reduzida, paramétricas; paralelismo; perpendicularidade	16 pp.
4	Distância entre ponto e reta; área de triângulo; alinhamento de três pontos; inequação do 1º grau	15 pp.
5	Equações da circunferência: reduzida, geral; posições relativas entre um ponto e uma circunferência e entre uma reta e uma circunferência	14 pp.
6	Elipse, hipérbole, parábola: seções cônicas; lugar geométrico de pontos; equações reduzidas	33 pp.
7	Números complexos: história; operações; representação geométrica; módulo; representação trigonométrica e operações	25 pp.
8	Polinômios com uma variável complexa; divisão de polinômios por binômios do 1º grau	18 pp.
9	Equações polinomiais: história; teorema fundamental da álgebra; teorema da decomposição; teorema das raízes imaginárias, teorema das raízes racionais, relações de Girard	17 pp.

ANÁLISE

Abordagem dos conteúdos

Como mostra o gráfico a seguir, a distribuição dos campos matemáticos nos três volumes não é equilibrada. Aproximadamente, o conteúdo de funções

domina 70% do volume, o de geometria 43% do livro 2, assim como a geometria analítica ocupa a metade do livro da 3ª série. Além disso, estatística e probabilidades estão ausentes no 1º volume.



Apesar disso, é elogiável que a obra contenha um número razoável de páginas, em média 223 por volume, e que o número de exercícios resolvidos e propostos, em média 630 por livro, não seja exagerado.

Números e operações

No estudo dos conjuntos, há introdução de nomenclatura e simbologia sem excessos. A irracionalidade do número $\sqrt{2}$ é apresentada, inicialmente, por meio de aproximações sucessivas, o que favorece a compreensão do conceito. No entanto, nos dois primeiros volumes, observam-se alguns casos de uso indevido de igualdades e de aproximações.

Em combinatória, são abordadas, inicialmente, situações motivadoras e os princípios de contagem, o que favorece a compreensão dos conceitos. No entanto, registra-se certo excesso de fórmulas.

Funções

As funções são bastante exploradas ao longo da obra, com muitas representações gráficas e boas contextualizações. No entanto, no início da

sistematização do tópico verifica-se uma inadequação na abordagem do conceito de gráfico de uma função.

As sequências são, acertadamente, definidas como funções e é bem conduzido o estudo das progressões aritméticas e geométricas.

A matemática financeira é estudada em uma seção de um capítulo do volume da 1ª série, com alguns exercícios bem contextualizados.

Equações algébricas

Polinômios e equações polinomiais são tratados adequadamente no volume 3.

O estudo de matrizes é associado a tabelas, o que fornece bons exemplos de contextualização.

Os sistemas lineares 2×2 são interpretados geometricamente, o que favorece a atribuição de significados às noções trabalhadas. Entretanto, há imprecisão quando se descreve o método de escalonamento. O cálculo de determinantes é feito, apropriadamente e de forma inovadora, a partir da resolução de um sistema escalonado, tanto para matrizes de ordem 2 quanto para as de ordem 3.

Geometria analítica

A abordagem é, em geral, adequada, embora, por vezes, com ênfase em regras e fórmulas, sem atividades de descobertas e de exploração. As cônicas são apresentadas de forma apropriada, iniciando-se com a correta contextualização dessas curvas como seções de um cone.

Embora com certa fragmentação, o estudo da reta começa com a dedução de uma equação fundamental e as demais equações são abordadas como variação dessa, o que é positivo.

Geometria

Os conceitos são desenvolvidos de maneira articulada entre si e apoiados por uma boa quantidade de exemplos, de exercícios e de desenhos. A geometria é relacionada com outros campos e com aplicações práticas. Nessas últimas, no

entanto, nem sempre o modelo geométrico é adequado à situação no mundo físico, como ocorre, no volume 2, quando um piso plano é entendido como um piso horizontal. Além disso, não está bem justificada a afirmação de que toda reta tangente a uma circunferência é perpendicular ao raio no ponto de contato.

As grandezas geométricas são abordadas adequadamente nos cálculos de áreas e de volumes.

Estatística e probabilidades

De modo geral, há pouca discussão sobre o raciocínio estatístico propriamente dito, privilegiando-se os exemplos numéricos e os cálculos. Além disso, estão ausentes temas básicos da estatística e registram-se algumas definições imprecisas. Por exemplo, não se discute a classificação das variáveis em qualitativas e quantitativas (discretas e contínuas). No estudo de retas de tendência, não há referência à possível fragilidade das previsões, pois mesmo o modelo ajustado pode não ter significado frente à enorme variabilidade dos dados ou diante de uma amostra muito pequena.

Metodologia de ensino e aprendizagem

Na obra, as explicações teóricas são acompanhadas de exemplos e de exercícios, resolvidos ou propostos. A maioria das atividades propostas é de aplicação do que é exposto no livro e a autonomia do aluno na construção do seu conhecimento é limitada. Nesse modelo, o pensamento crítico deixa de ser incentivado, há pouco espaço para a formulação de hipóteses e para uma aprendizagem mais significativa.

Na coleção, o uso de materiais concretos e de instrumentos de desenho é apropriado ao ensino médio, mas é pouco estimulado o uso da calculadora ou de outros recursos tecnológicos atuais.

Contextualização

No início de cada capítulo, com o objetivo de motivar os estudos, são indicados problemas de outras áreas a serem resolvidos com os conteúdos abordados na sequência. Situações contextualizadas também são encontradas nas explicações e nos exercícios, embora algumas delas sejam artificiais. Destaca-se, ainda, a seção *Matemática sem fronteiras*, em que as conexões com outras áreas do conhecimento são bem exploradas.

Na obra, as conexões entre campos da matemática escolar são estabelecidas em vários momentos.

Linguagem e aspectos gráfico-editoriais

De maneira geral, a linguagem é adequada a alunos do ensino médio. A organização da obra e seu projeto gráfico são elogiáveis, sem haver excesso de recursos visuais.

Há algumas falhas de revisão textual, como em alguns exercícios relativos a funções, que devem ser contornadas pelo professor.

Manual do professor

O manual do professor é composto por uma cópia do livro do aluno, acrescida de breves comentários e um *Suplemento com orientações para o professor*. Esse último possui uma parte comum aos três volumes que inclui comentários sobre a *Matemática no Ensino Médio* e sobre os temas interdisciplinaridade e avaliação. Há, também, uma apresentação da obra e de seus objetivos e, ainda: sugestões para o trabalho com a coleção; *Sugestões de leituras para o professor e para o aluno*; e a seção intitulada *Algumas atividades para o desenvolvimento do pensamento científico*.

O suplemento inclui uma parte específica a cada volume, que detalha a estrutura do respectivo livro do aluno, com comentários sobre os tópicos abordados, seguidos de um quadro com os conteúdos e os objetivos visados em cada capítulo. Seguem-se *Sugestões para o desenvolvimento dos capítulos*, além da resolução detalhada de todos os exercícios, que são úteis para o trabalho de sala de aula.

EM SALA DE AULA

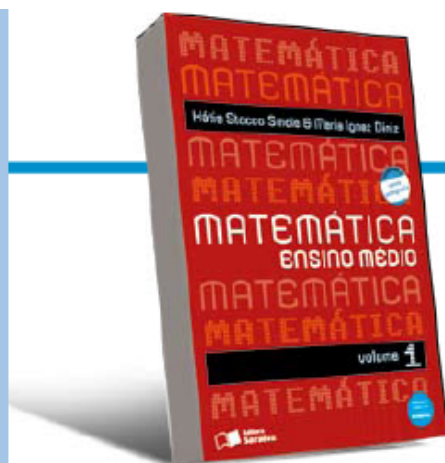
Os conhecimentos para a formação matemática no ensino médio poderão ser desenvolvidos satisfatoriamente com o auxílio desta obra.

Sugere-se que o docente complemente os *Roteiros de trabalho* propostos e as atividades sugeridas na seção *Matemática sem fronteiras*. Também é recomendável que o professor promova uma discussão sobre os conhecimentos prévios dos alunos, especialmente no campo da geometria, o que nem sempre é sugerido na obra.

Vale a pena incentivar discussões que favoreçam o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico dos alunos em assuntos relevantes do cotidiano, voltados às práticas sociais e à formação ética e cidadã.

No tratamento das probabilidades e da estatística será conveniente realizar uma discussão mais apropriada dos conceitos básicos. Para isso, pode contribuir a leitura do texto *Considerações sobre as coleções aprovadas*, que vem na parte introdutória deste Guia.

Uma característica interessante do manual do professor são as indicações de tópicos opcionais que podem substituir outros apresentados no texto do aluno.



MATEMÁTICA ENSINO MÉDIO

25125COL02

*Maria Ignez Diniz
Kátia Stocco Smole*

Editora Saraiva

VISÃO GERAL

As unidades da coleção iniciam-se sempre pela apresentação de situações contextualizadas pertinentes, que procuram incentivar o estudo dos temas focalizados. Na sequência, o conteúdo matemático é rapidamente sistematizado, e seguem-se exercícios resolvidos, o que, por vezes, desfavorece a exploração dos temas pelos alunos.

A obra destaca-se pela presença de tópicos interdisciplinares relevantes e atuais. Entretanto, eles são muito numerosos e alguns envolvem assuntos mais complexos, em particular os que são tratados na seção *Conexão*. Nesses casos, o trabalho com tais textos poderá ser dificultado e ficar em um nível apenas informativo.

É um ponto positivo da coleção o emprego de diversos recursos didáticos, em especial o trabalho frequente com a calculadora, simples ou científica, e com *softwares* variados e importantes, todos eles livres.

DESCRIÇÃO

O livro do aluno estrutura-se em unidades, subdivididas em itens. Cada um dos itens contém a explanação de um conteúdo, com exemplos, seguidos, quase sempre, pelas seções *Problemas e exercícios* e *Exercícios resolvidos*. Entremeadas ao longo das unidades, há várias seções especiais: *Para saber mais*, de aprofundamento e ampliação dos tópicos estudados; *Invente você*, para o aluno elaborar problemas; *Saia dessa*, com propostas de desafios; *Para recordar*, que traz exercícios de revisão; *Palavras-chave*, com propostas de resumos e anotações pelo aluno; *Ler para resolver* e *Conexão*, que incluem temas interdisciplinares; *Calculadora*; *No computador*; *Cálculo rápido*; *Projeto* e *Jogos*.

No final dos livros, há jogos, tabelas, referências bibliográficas, indicações de leitura para os alunos e respostas de todos os problemas e exercícios propostos.

Os conteúdos desenvolvidos na obra são:

1ª SÉRIE – 11 unidades – 320 pp.

Parte 1: Números, Estatística e Funções		
1	Conjuntos numéricos	27 pp.
2	Estatística: coleta, organização e representação de dados	30 pp.
3	Introdução ao estudo de função	26 pp.
4	Função afim	23 pp.
5	Função quadrática	25 pp.
6	Sequências e progressões	31 pp.
7	Função exponencial	17 pp.
8	Função logarítmica	24 pp.
9	Operações com funções e função modular	20 pp.
Parte 2: Trigonometria		
10	Relações trigonométricas no triângulo retângulo	24 pp.
11	Leis dos senos e dos cossenos	14 pp.

2ª SÉRIE – 14 unidades – 448 pp.

Parte 1: Trigonometria		
1	Círculo trigonométrico	21 pp.
2	Funções seno, cosseno e tangente	25 pp.
3	Equações e inequações trigonométricas	15 pp.
4	Funções trigonométricas: soma e diferença de arcos	12 pp.
Parte 2: Estatística, Contagem e Probabilidades		
5	Estatística: amostra, média, moda e mediana, intervalos de classe	35 pp.
6	Contagem: princípio fundamental, arranjos e combinações simples, permutações, binômio de Newton	32 pp.
7	Probabilidades: definição, probabilidade da união e da interseção, probabilidade condicional, distribuição binomial	25 pp.
Parte 3: Geometria espacial		
8	Posições relativas entre pontos, retas e planos, paralelismo, perpendicularidade	35 pp.
9	Prismas, pirâmides, poliedros	30 pp.
10	Cilindro, cone, esfera	18 pp.
11	Área de superfícies, princípio de Cavalieri e volumes	48 pp.
Parte 4: Álgebra		
12	Sistemas lineares	22 pp.
13	Matrizes e resolução de sistemas por escalonamento	29 pp.
14	Determinantes e regra de Cramer	19 pp.

3ª SÉRIE – 12 unidades – 343 pp.**Parte 1: Matemática financeira**

1	Matemática financeira: juros simples e compostos	21 pp.
---	--	--------

Parte 2: Geometria analítica

2	Geometria analítica: distância entre dois pontos, área do triângulo	18 pp.
3	Reta: equações, posições relativas, distância de ponto a reta	35 pp.
4	Circunferência: equação, posições relativas	33 pp.
5	Elipse, hipérbole, parábola	22 pp.

Parte 3: Estatística

6	Estatística: revisão, variância, desvio padrão	28 pp.
7	Revisão de probabilidades, distribuição de probabilidade, distribuição normal	24 pp.

Parte 4: Trigonometria

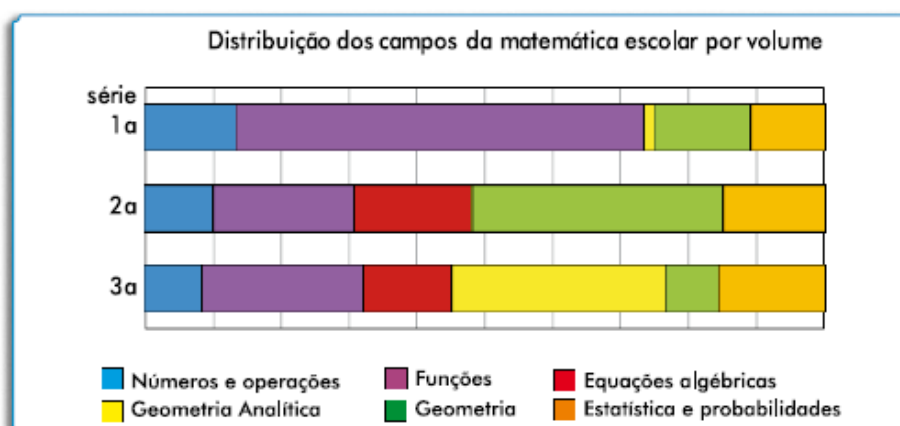
8	Funções trigonométricas: revisão, redução ao 1º quadrante	21 pp.
---	---	--------

Parte 5: Álgebra

9	Polinômios: função polinomial, operações, decomposição em fatores	20 pp.
10	Números complexos: operações, representação geométrica, forma polar	26 pp.
11	Equações polinomiais: teorema fundamental da álgebra, decomposição de um polinômio, relações de Girard	18 pp.
12	Introdução ao estudo de limites e derivadas	25 pp.

ANÁLISE**Abordagem dos conteúdos**

Observa-se, no gráfico a seguir, que os conteúdos de *números e operações* e de *estatística e probabilidades* são distribuídos de maneira equilibrada pelos três volumes da coleção.



também é trabalhado adequadamente. Entretanto, a introdução dos métodos de resolução dos sistemas é feita de forma fragmentada e com ênfase apenas nos procedimentos. Por outro lado, existem boas sugestões de uso do software livre *Winplot* para a visualização das soluções de sistemas lineares e do gráfico de funções polinomiais.

Os polinômios são apresentados adequadamente como uma retomada e ampliação do trabalho com as funções afins e quadráticas. Nas operações com polinômios, há destaque para a divisão por binômios do 1º grau.

Geometria analítica

São focalizadas, no plano cartesiano, as representações de pontos, retas, circunferências e cônicas e suas relações com as figuras geométricas planas. O tratamento é, no geral, correto, mas pouco articulado com as funções afim e quadrática. Além disso, o estudo desses conteúdos recai na subdivisão excessiva de conceitos e procedimentos.

Geometria

A geometria espacial concentra-se no livro 2, no qual também é feita uma revisão bem articulada de tópicos da geometria plana. Além disso, a abordagem informal dedicada a esse campo é satisfatória. São apresentadas as definições e os teoremas básicos, sem demonstrações, acompanhados de desenhos para visualização das propriedades em jogo. No entanto, sente-se falta de alguma atenção ao tratamento dedutivo da geometria, compatível com o ensino médio. E mais, na apresentação do Princípio de Cavalieri, o fenômeno escolhido (preenchimento simultâneo de dois recipientes) como modelo físico para o referido Princípio não é adequado.

Estatística e probabilidades

Os conteúdos da estatística são retomados e, em seguida, ampliados ao longo da coleção. Opta-se por apresentar o estudo de contagem e de probabilidades em relação com a estatística. O uso das planilhas eletrônicas é estimulado na construção de gráficos e tabelas e no cálculo das medidas de dispersão. A calculadora é usada para facilitar os cálculos e seus recursos estatísticos são explorados.

No entanto, ao lado desses aspectos positivos, observam-se imprecisões, às quais o professor deve estar atento. É o que ocorre, por exemplo, tanto nas propriedades da média e da mediana, como em certos histogramas e na abordagem da curva normal. Também há inadequações na apresentação dos conceitos de probabilidades.

Metodologia de ensino e aprendizagem

Em geral, as unidades iniciam-se por textos que buscam despertar o interesse pelo que será estudado. Esses textos tratam da própria Matemática, de outras áreas do conhecimento, de práticas sociais da atualidade ou da História da Matemática. Contudo, a sistematização rápida dos conteúdos e a apresentação de exercícios resolvidos, como modelo, nem sempre favorecem a autonomia intelectual do aluno.

Nota-se preocupação com a revisão de conteúdos. No entanto, conhecimentos já trabalhados são, por vezes, retomados sem menção a esse fato.

A interação entre os alunos é favorecida em diversas atividades, especialmente no trabalho com jogos e com projetos. Os desafios são variados e, entre eles, muitos requerem, exclusivamente, o raciocínio lógico. Há bastante incentivo à formulação de problemas e à verificação de processos e resultados.

Contextualização

A ligação dos conteúdos com as práticas sociais atuais é uma constante na obra. São propostos temas como: eleições, pesquisas de opinião, salários, custos de produção e planos comerciais de pagamento. Também são frequentes as contextualizações nas outras áreas do conhecimento, bem como na própria Matemática ou na sua história, com destaque para os textos apresentados nas seções *Conexão*.

As atividades com tabelas e com gráficos retirados de revistas, jornais ou sites da internet oferecem boas oportunidades de formação para a cidadania. Contudo, diversas questões da atualidade, presentes na obra, não são problematizadas.

Linguagem e aspectos gráfico-editoriais

A coleção possui um bom projeto gráfico e, em geral, a linguagem é clara. Muitos textos são acompanhados de ilustrações atraentes e úteis, em particular quando se abordam aspectos históricos ou temas interdisciplinares.

Contudo, em vários pontos, imprecisões de linguagem ou em ilustrações conflitam com os conceitos matemáticos em jogo, como ocorre ao se tratar

dos conjuntos fractais e, ainda, na imagem de sólidos inscritos, ambos no volume 2.

Manual do professor

O manual contém uma cópia do livro do aluno, com o acréscimo de recomendações úteis ao professor, distribuídas ao longo das unidades. Inclui, também, um suplemento pedagógico, com duas partes. A primeira é comum a todos os volumes. E, nela, encontram-se os fundamentos teóricos da coleção, além de sugestões para projetos, planejamento e avaliação. A segunda parte oferece orientações específicas para cada série e a resolução de todos os exercícios propostos.

Distinguem-se os subsídios detalhados para um bom aproveitamento das diversas atividades. A avaliação é outro aspecto bem cuidado, pois há sugestões relevantes para o docente.

EM SALA DE AULA

Esta obra permite ao professor realizar um trabalho didático eficiente. Para tanto, sugere-se que, antes de apresentar as sistematizações de cada um dos tópicos, ele os discuta com os alunos e valorize os seus conhecimentos prévios. Também vale a pena trabalhar algumas unidades fora da sequência dos livros. Além disso, as atividades da seção *Saia dessa* contribuem para a problematização de alguns assuntos.

Importantes para a formação do jovem de hoje, as atividades com emprego da calculadora e de tecnologias de informação e comunicação são valorizadas. Para aproveitá-las bem, é interessante que o docente prepare cuidadosamente o seu uso e se familiarize com os softwares sugeridos. É igualmente desejável um planejamento apropriado de outros materiais didáticos, em particular na geometria.

Como há conteúdos em demasia na obra, recomenda-se ao professor selecioná-los cuidadosamente. As indicações de tópicos opcionais presentes na obra podem auxiliá-lo nessa tarefa. Além disso, para ajudá-lo a contornar as imprecisões, recomenda-se a leitura do texto *Considerações gerais sobre as coleções aprovadas*, na introdução deste Guia.